

**MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMAHAMAN
MATEMATIK SISWA SMK DENGAN MENGGUNAKAN
PENDEKATAN *PROBLEM SOLVING***

SKRIPSI

Diajukan untuk Memenuhi Sebagian dari Persyaratan Memperoleh
Gelar Sarjana Pendidikan Matematika



oleh:
Een Bayu Wahyuni
13510199

**PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA
SEKOLAH TINGGI KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
(STKIP) SILIWANGI BANDUNG
2017**

LEMBAR PENGESAHAN SKRISPI
MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMAHAMAN
MATEMATIK SISWA SMK DENGAN MENGGUNAKAN
PENDEKATAN *PROBLEM SOLVING*

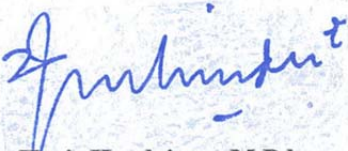
Oleh:

Een Bayu Wahyuni
13510199

Disetujui dan disahkan oleh:

Pembimbing I

Pembimbing II


Dr. Heris Hendriana, M.Pd
NIDN. 19690911199431001


Masta Hutajulu, S. Si., M. Pd.
NIDN. 0419078105

Mengetahui,
Ketua Program Studi
Pendidikan Matematika



Prof. H.E.T. Ruseffendi, S.Pd, M.Sc.Ph.D.
NIDN. 0424123401

DAFTAR RIWAYAT HIDUP



I. Identitas Pribadi

Nama : Een Bayu Wahyuni
Tempat dan Tanggal Lahir : Tirtamulya, 27 Oktober 1994
Agama : Islam
Alamat : Kp.Tirtamulya RT 003 / RW 002
Kel. Tirtamulya Kec.Makarti Jaya, Kab. Banyuasin
Kota Palembang

II. Pendidikan

SDN 5 Makarti Jaya : Tahun 2001-2007
SMPN 1 Makarti Jaya : Tahun 2007-2010
SMAN 1 Makarti Jaya : Tahun 2010-2013
STKIP Siliwangi Bandung : Tahun 2013-Sekarang

PERNYATAAN

Saya menyatakan bahwa skripsi yang berjudul “Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Matematik Siswa SMK dengan Menggunakan Pendekatan *Problem Solving*” ini sepenuhnya karya saya sendiri. Tidak ada bagian di dalamnya yang merupakan plagiat dari karya orang lain dan saya tidak melakukan penjiplakan atau pengutipan dengan cara-cara yang tidak sesuai dengan etika keilmuan yang berlaku dalam masyarakat keilmuan. Atas pernyataan ini, saya siap menanggung segala risiko atau sanksi yang dijatuhkan kepada saya apabila kemudian ditemukan adanya pelanggaran terhadap etika keilmuan dalam karya saya ini, atau ada klaim dari pihak lain terhadap keaslian karya saya ini.

Cimahi,

2017

Yang membuat pernyataan

Een Bayu Wahyuni

ABSTRAK

Een Bayu Wahyuni (2017). Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Matematik Siswa SMK dengan Menggunakan Pendekatan *Problem Solving*.

Penelitian ini dilatarbelakangi oleh rendahnya kemampuan pemahaman siswa SMK. Penelitian ini akan menelaah peningkatan kemampuan pemahaman matematik siswa yang menggunakan pendekatan *problem solving* dengan pendekatan biasa. Metode yang digunakan adalah metode eksperimen dengan disain kelompok kontrol pretes-postes, yaitu disain yang melibatkan paling tidak dua kelompok dan pengambilan sampel secara acak kelas. Pada awal dan akhir pembelajaran kedua kelas diberi tes. Populasi dalam sampel ini adalah seluruh siswa SMK yang karakteristiknya memiliki kemampuan pemahaman matematik yang rendah. Dari seluruh SMK dipilih secara acak dan terpilih SMK TI Pembangunan Cimahi yang mewakili karakteristik populasi. Sampel dipilih secara acak, di mana kelas XI RPL C menjadi kelas eksperimen, dan kelas XI TEI B menjadi kelas kontrol. Pengumpulan data dalam penelitian ini menggunakan tes uraian yang telah diujicobakan terlebih dahulu, kemudian skor kemampuan pemahaman matematik siswa dianalisis dengan statistik deskriptif dan inferensial menggunakan uji perbedaan dua rata-rata. Berdasarkan hasil penelitian, baik analisis data maupun pengujian hipotesis, dengan $\alpha = 0,05$ ternyata peningkatan kemampuan pemahaman matematik siswa yang menggunakan pendekatan *problem solving* lebih baik daripada siswa yang menggunakan pendekatan biasa, begitu pula pencapaian kemampuan pemahaman lebih baik.

Kata kunci: pemahaman, problem solving

KATA PENGANTAR



Puji syukur kehadiran Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan hidayah-Nya sehingga skripsi yang berjudul “Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Matematik Siswa SMK dengan Menggunakan Pendekatan *Problem Solving*” ini dapat diselesaikan. Skripsi ini dibuat untuk memenuhi salah satu syarat untuk memperoleh gelar sarjana.

Penulis sampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu hingga terselesaikannya skripsi ini. Penulis menyadari bahwa skripsi ini tidak serta merta hadir tanpa bantuan dan dukungan dari semua pihak. Mudah-mudahan segala sesuatu yang telah diberikan menjadi bermanfaat dan bernilai ibadah di hadapan Allah SWT. Penulis memahami sepenuhnya bahwa skripsi ini tak luput dari kesalahan. Oleh karena itu, kritik dan saran yang membangun sangat diharapkan demi perbaikan di masa mendatang. Semoga skripsi ini dapat memberikan inspirasi bagi para pembaca untuk melakukan hal yang lebih baik lagi dan semoga skripsi ini bermanfaat dalam rangka mencerdaskan kehidupan bangsa.

Cimahi, 2017

Penulis

UCAPAN TERIMA KASIH

Dalam penyusunan skripsi ini, penulis banyak sekali mendapatkan kontribusi baik berupa bimbingan, arahan dan bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu maka perkenankan penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Dr. H. Heris Hendriana, M.Pd., selaku pembimbing I dan Ketua STKIP Siliwangi Bandung yang senantiasa membimbing dan memotivasi.
2. Prof. H. E. T. Ruseffendi, Ph.D., selaku Ketua Program Studi Pendidikan Matematika STKIP Siliwangi Bandung yang telah membimbing dan memberikan arahan-arahan serta saran-saran yang membangun selama proses penyelesaian skripsi.
3. Masta Hutajulu, S.Si., M.Pd., selaku pembimbing II yang telah membimbing, memberi arahan, motivasi, dan nasihat selama proses penyelesaian skripsi.
4. Dosen-dosen Program Studi Pendidikan Matematika khususnya dan para dosen STKIP Siliwangi Bandung pada umumnya yang telah memberikan ilmu dan pengalaman yang berharga bagi penulis.
5. Ibuku tersayang, yang tak henti memberikan materi maupun mendoakan serta mendukungku. Terimakasih telah menjadi Ibu terhebat bagi anak-anaknya.
6. Kepada sahabat-sahabat yang telah memberikan semangat dan motivasi dalam penyusunan skripsi.
7. Kepala Sekolah SMK TI Pembangunan Cimahi dan guru mata pelajaran Matematika kelas XI RPL C dan kelas XI TEI B yang telah memberikan ijin penelitian, serta seluruh siswa kelas XI RPL C dan kelas XI TEI B yang telah bekerjasama dan terlibat aktif dalam kegiatan pembelajaran untuk penelitian ini.

PERSEMBAHAN

Kepada keluarga tercinta, terkhusus Ibuku yang telah bersusah payah mengeluarkan semua kemampuannya untuk bisa membesarkanku dan menyekolahkanku hingga pada tingkat strata satu ini. Terimakasih telah menjadi Ibu terhebat sepanjang masa untuk anak-anaknya, sungguh jasamu takkan bisa tergantikan dengan besarnya uang yang ku berikan padamu.

Teman dan juga sahabat seperjuangan Imas, ana, Uje, Krisma, yang telah menemani dalam suka dan duka selama empat tahun ini dengan begitu banyak cerita yang kita lewati bersama. Terimakasih telah menjadi sahabat terbaik dan menerimaku dengan segala kekurangan yang ada. Semoga tali persahabatan kita tidak akan terputus seiring dengan berakhirnya studi kita disini.

MOTTO

“ KEBERHASILAN DAN KESUKSESAN AKAN DIRAIH DENGAN BELAJAR “

**“JANGAN INGAT LELAHNYA BELAJAR, TAPI INGAT BUAH MANISNYA YANG BISA
DIPETIK KELAK KETIKA SUKSES”**

DAFTAR ISI

LEMBAR PERSETUJUAN SIDANG SKRIPSI	i
DAFTAR RIWAYAT HIDUP	ii
PERNYATAAN	iii
KATA PENGANTAR.....	iv
UCAPAN TERIMA KASIH	v
PERSEMBAHAN.....	vii
MOTTO.....	viii
ABSTRAK	ix
DAFTAR ISI.....	x
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xiv
DAFTAR LAMPIRAN	xv
BAB 1 PENDAHULUAN	
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Rumusan Masalah.....	3
C. Tujuan Penelitian	4
D. Manfaat Penelitian	4
E. Definisi Operasional	5
BAB II Kajian Pustaka	
A. Kemampuan Pemahaman Matematik	7

B. Pendekatan <i>Problem Solving</i>	9
C. Hipotesis Penelitian	11

BAB III METODE PENELITIAN

A. Metode dan Disain Penelitian	12
B. Populasi dan Sampel	13
C. Instrumen Penelitian	13
1. Validitas Instrumen	14
2. Reliabilitas Instrumen	17
3. Indeks Kesukaran	19
4. Daya Pembeda	20
D. Prosedur Penelitian	21
E. Prosedur Pengolahan Data	23
1. Uji Data Pretes dan Postes Kemampuan Pemahaman Matematik	23
a. Uji Normalitas Data	23
b. Uji Homogenitas Varians	23
c. Uji Perbedaan Dua Rata-rata	24
2. Peningkatan Kemampuan Pemahaman Matematik	25
a. Uji Normalitas Data N-Gain	26
b. Uji Homogenitas Varians N-Gain	26
c. Uji Perbedaan Dua Rata-rata Indeks N-Gain	27

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

A. Analisis Data	28
B. Pembahasan	38

C. Implementasi.....	40
D. Analisis Kesulitan Siswa	44
BAB V PENUTUP	
A. Kesimpulan.....	54
B. Saran	55
DAFTAR PUSTAKA.....	56

DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Kriteria Skor Kemampuan Pemahaman Matematik.....	14
Tabel 3.2	Klasifikasi Validitas Instrumen.....	16
Tabel 3.3	Hasil Perhitungan Validitas Instrumen	16
Tabel 3.4	Hasil Perhitungan Nilai Validitas Beserta Uji Signifikannya ..	17
Tabel 3.5	Klasifikasi Reliabilitas Instrumen	18
Tabel 3.6	Hasil Pengujian Reliabilitas Instrumen	18
Tabel 3.7	Klasifikasi Indeks Kesukaran Instrumen	19
Tabel 3.8	Hasil Analisa Indeks Kesukaran Instrumen	20
Tabel 3.9	Klasifikasi Daya Pembeda Instrumen	21
Tabel 3.10	Hasil Analisis Daya Pembeda Butir Soal.....	21
Tabel 3.11	Klasifikasi N-Gain.....	25
Tabel 4.1	Hasil Uji Normalitas Pretes.....	29
Tabel 4.2	Uji Non Parametrik <i>Mann Whitney</i>	30
Tabel 4.3	Hasil Uji Normalitas Data Postes.....	31
Tabel 4.4	Hasil Uji Homogenitas Data Postes	32
Tabel 4.5	Uji Signifikansi Perbedaan Rata-Rata.....	34
Tabel 4.6	Uji Normalitas Data N-Gain	35
Tabel 4.7	Uji Homogenitas N-Gain	36
Tabel 4.8	Uji Signifikansi Perbedaan Rata-Rata Data N-Gain	37
Tabel 4.9	Rekapitulasi Kesulitan Siswa Kelas Eksperimen.....	45

Tabel 4.8	Rekapitulasi Kesulitan Siswa Kelas Kontrol	49
-----------	--	----

DAFTAR GAMBAR

Gambar 1	Orientasi Siswa pada Masalah.....	41
Gambar 2	Mengorganisasi Siswa Belajar	42
Gambar 3	Membimbing Penyelidikan Individu dan Kelompok	42
Gambar 4	Mengembangkan dan Menyajikan Hasil Karya	43
Gambar 5	Menganalisa dan Mengevaluasi Proses Pemecahan Masalah ..	44
Gambar 6	Siswa Mengerjakan dengan Benar	46
Gambar 7	Siswa Belum Memahami Simbol-simbol Matriks	46
Gambar 8	Siswa Mendapatkan Hasil yang Benar.....	47
Gambar 9	Siswa Belum Memahami Cara Penyelesaian Soal	47
Gambar 10	Siswa Tidak Memahami Konsep dengan Baik	48
Gambar 11	Siswa Dapat Mengerjakan dengan Baik.....	49
Gambar 12	Siswa Mengerjakan dengan Benar	50
Gambar 13	Siswa Belum Memahami Simbol-simbol Matriks	51
Gambar 14	Siswa Belum Memahami Cara Penyelesaian Soal	51
Gambar 15	Siswa Memahami Konsep dengan Baik.....	52
Gambar 16	Siswa Tidak Memahami Konsep dengan Baik	52
Gambar 17	Siswa Dapat Mengerjakan dengan Baik.....	53

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran A.1 Silabus Pembelajaran.....	62
Lampiran A.2 Kisi-Kisi Tes Kemampuan Pemahaman Matematik	64
Lampiran A.3 Soal Pretes dan Postes Kemampuan Pemahaman Matematik..	66
Lampiran A.4 Jawaban Soal Pretes dan Postes Kemampuan Matematik	61
Lampiran A.5 RPP Kelas Eksperimen.....	71
Lampiran A.6 RPP Kelas Kontrol	106
Lampiran A.7 LKS Kelas Eksperimen.....	150
Lampiran B.1 Skor Tes Uji Coba Instrumen.....	178
Lampiran B.2 Validitas Instrumen Tiap Butir Soal.....	179
Lampiran B.3 Reliabilitas Tes	180
Lampiran B.4 Indeks Kesukaran dan Daya Pembeda Tiap Butir Soal.....	181
Lampiran C.1 Data Hasil Penelitian Kelas Eksperimen.....	182
Lampiran C.2 Data Hasil Penelitian Kelas Kontrol	183
Lampiran D.1 Data Analisis Kesulitan Kelas Eksperimen.....	184
Lampiran D.2 Data Analisis Kesulitan Kelas Kontrol	185
Lampiran E.1 Surat Keputusan Pembimbing.....	186
Lampiran E.2 Kartu Kegiatan Dosen Pembimbing I	187
Lampiran E.3 Kartu Kegiatan Dosen Pembimbing II	187
Lampiran E.4 Surat Keterangan Telah Melaksanakan Riset.....	188

BAB 1

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi peran matematika sebagai salah satu ilmu dasar yang memiliki nilai esensial yang dapat diterapkan dalam berbagai bidang kehidupan menjadi sangatlah penting. Hendriana dan Soemarmo (2014:6) mengemukakan visi pembelajaran matematika yaitu (1) mengarahkan pembelajaran matematika untuk pemahaman konsep dan idea matematika yang kemudian diperlukan untuk menyelesaikan masalah matematika, (2) memberikan peluang berkembangnya kemampuan menalar yang logis, sistematis, kritis dan cermat, kreatif, menumbuhkan rasa percaya diri, dan rasa keindahan terhadap keteraturan sifat matematika serta mengembangkan sikap obyektif dan terbuka yang diperlukan dalam menghadapi masa depan yang selalu berubah.

Untuk itulah pendidikan matematika yang diajarkan kepada siswa di bangku persekolahan. Matematika diberikan pada semua peserta didik mulai sekolah dasar untuk membekali peserta didik dengan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta kemampuan bekerja sama. Matematika memiliki peranan penting sebagai pembentuk pola pikir manusia yang cerdas yang merupakan suatu hal yang amat penting dalam masyarakat modern, karena dapat membuat manusia lebih baik fleksibel secara mental, terbuka dan mudah menyesuaikan dengan berbagai situasi dan permasalahan.

Tujuan pembelajaran matematika sesuai dengan BSNP dalam standar isi mata pelajaran matematika di sekolah menurut Permendiknas No. 22 tahun 2006 (Depdiknas, 2006: 346) adalah sebagai berikut:

1. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara akurat, efisien dan tepat dalam pemecahan masalah.
2. Menggunakan penalaran pada pola dan sikap, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika.
3. Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan dan menafsirkan solusi yang diperoleh.
4. Mengkomunikasikan gagasan, simbol, tabel dan diagram untuk memperjelas keadaan suatu masalah.
5. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, memiliki rasa ingin tahu, perhatian dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

Berdasarkan tujuan tersebut dapat dikatakan bahwa kemampuan pemahaman matematik merupakan kemampuan dasar yang harus dimiliki oleh siswa. Kemampuan ini menjadi syarat utama bagi kemampuan matematik lainnya. Pengetahuan yang dipelajari dengan pemahaman akan memberikan dasar dalam pembentukan pengetahuan baru sehingga dapat digunakan dalam memecahkan masalah-masalah baru, setelah terbentuknya pemahaman dari sebuah konsep, siswa dapat memberikan pendapat, menjelaskan suatu konsep. Untuk itu guru perlu mempersiapkan dan mengatur strategi penyampaian materi matematika kepada siswa. Hal ini dilakukan selain untuk mempersiapkan pedoman bagi guru dalam penyampaian materi, juga agar setiap langkah kegiatan pencapaian kompetensi untuk siswa agar dapat dilakukan secara bertahap, sehingga diperoleh hasil pembelajaran matematika yang optimal.

Pendekatan *problem solving* diyakini dapat meningkatkan kemampuan pemahaman matematik siswa, karena pendekatan ini memadukan suatu keterampilan dengan praktek, umpan balik dan latihan sampai dikuasainya keterampilan tersebut. Selain itu, dalam pelaksanaannya pendekatan ini siswa dikondisikan untuk mandiri dalam menemukan dan memahami konsep-konsep matematika melalui memproses informasi yang diterimanya.

Berdasarkan uraian tersebut, peneliti terdorong untuk melakukan penelitian yang berbentuk penelitian eksperimen dengan judul “Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Matematik Siswa SMK dengan Menggunakan Pendekatan *Problem Solving*”.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah, maka permasalahan dalam penelitian ini dirumuskan sebagai berikut :

1. Apakah pencapaian kemampuan pemahaman matematik siswa SMK yang menggunakan pembelajaran *problem solving* lebih baik daripada pembelajaran biasa?
2. Apakah peningkatan kemampuan pemahaman matematik siswa SMK yang menggunakan pembelajaran *problem solving* lebih baik daripada pembelajaran biasa?
3. Bagaimana implementasi pembelajaran *problem solving* di lapangan?
4. Kesulitan-kesulitan apa yang dihadapi siswa dalam menyelesaikan soal-soal pemahaman matematik?

C. Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk menelaah:

1. Pencapaian kemampuan pemahaman matematik siswa sekolah menengah kejuruan pembelajarannya menggunakan *problem solving* lebih baik daripada pembelajaran biasa.
2. Peningkatan kemampuan pemahaman matematik siswa sekolah menengah kejuruan pembelajarannya menggunakan *problem solving* lebih baik daripada pembelajaran biasa.
3. Implementasi pembelajaran *problem solving* di lapangan.

4. Kesulitan-kesulitan yang dihadapi siswa dalam menyelesaikan soal pemahaman matematik.

D. Manfaat Penelitian

1. Guru

- a. Dapat menambah pengetahuan baru tentang pendekatan *problem solving*.
- b. Dapat memperbanyak inovasi pembelajaran matematika dengan pendekatan *problem solving* sehingga guru dapat memberikan pengaruh terhadap kemampuan pemahaman matematik kepada siswa.

2. Siswa

- a. Dapat mengembangkan pemikiran terhadap kemampuan pemahaman matematik dengan menciptakan wawasan baru dalam pemecahan masalah.
- b. Dapat meningkatkan bakat, inovasi, minat siswa dalam kemampuan pemahaman matematik.

3. Peneliti

- a. Dapat menambah pengetahuan dan wawasan tentang pengaruh pendekatan pembelajarn *problem solving* terhadap kemampuan pemahaman matematik siswa menengah kejuruan.
- b. Menjadi pengalaman baru dalam mengajar di sekolah menggunakan pendekatan *problem solving*.

E. Definisi Operasional

1. Kemampuan pemahaman matematik adalah kemampuan yang berhubungan dengan penguasaan matematik seseorang dalam mengingat, menerapkan atau mengerjakan

masalah matematik secara berkesinambungan. Indikator kemampuan pemahaman matematik dalam penelitian ini yaitu:

- a. Menggunakan simbol-simbol matriks untuk merepresentasikan suatu konsep.
 - b. Mengenal berbagai makna dan interpretasi konsep
 - c. Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks dan mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.
 - d. Membandingkan dan membedakan konsep-konsep.
2. Pendekatan *problem solving* model Polya adalah proses untuk membangun pemahaman siswa dalam menyelesaikan berbagai masalah dengan membantu siswa untuk dapat memahami makna yang muncul dalam suatu masalah sehingga kemampuannya dalam memahami dan menganalisis konteks masalah bisa terus berkembang.

Langkah-langkah pembelajaran dengan pendekatan *problem solving* sebagai berikut:

- a. Memahami masalah
- b. Merencanakan atau merencanakan strategi pemecahan masalah
- c. Melaksanakan rencana strategi pemecahan masalah
- d. Memeriksa kembali kebenaran hasil atau solusi

BAB II

KAJIAN PUSTAKA

A. Kemampuan Pemahaman Matematik

Pemahaman merupakan terjemahan dari *comprehension*. Pemahaman berasal dari kata “paham” yang artinya mengerti benar. Istilah pemahaman sebagai terjemah dari *knowledge* mempunyai kedalaman arti yang berbeda menurut siapa yang memahaminya, apa yang dipahami, dan cara atau bagaimana memahami hal tersebut. Pemahaman merupakan sesuatu yang berhubungan dengan penguasaan seseorang dalam mengingat, menerapkan atau mengerjakan sesuatu secara berkesinambungan. Pemahaman juga merupakan salah satu tahapan kemampuan berpikir yang terdapat dalam daerah kognitif. Untuk mencapai tahap pemahaman suatu konsep matematika peserta didik harus memiliki pengetahuan terlebih dahulu terhadap konsep tersebut, karena tahap pemahaman sifatnya lebih kompleks dari tahap pengetahuan.

Polya (Hendriana dan Sumarmo, 2014:20) merinci kemampuan pemahaman pada empat tahap yaitu:

1. Pemahaman mekanikal yang dicirikan oleh mengingat dan menerapkan rumus secara rutin dan menghitung secara sederhana.
2. Pemahaman induktif: menerapkan rumus atau konsep dalam kasus sederhana atau kasus serupa
3. Pemahaman rasional: membuktikan kebenaran suatu rumus dan teorema
4. Pemahaman intuitif: memperkirakan kebenaran dengan pasti (tanpa ragu-ragu) sebelum menganalisis lebih lanjut.

Disamping itu Pollastek (Hendriana dan Sumarmo, 2014:20) menggolongkan pemahaman dalam dua jenis yaitu:

1. Pemahaman komputasional: menerapkan rumus dalam perhitungan sederhana, dan mengerjakan perhitungan secara algoritmik.

2. Pemahaman fungsional : mengaitkan suatu konsep atau prinsip dengan konsep/prinsip lainnya, dan menyadari proses yang dikerjakannya.

Serupa dengan Pollastek, Skemp (Hendriana dan Sumarmo, 2014:20)

menggolongkan pemahaman dalam dua jenis yaitu:

1. Pemahaman instrumental : hapal konsep/atau tanpa kaitan dengan yang lainnya, dapat menerapkan rumus dalam perhitungan sederhana.
2. Pemahaman rasional : mengaitkan suatu konsep/prinsip dengan konsep/prinsip lainnya.

Dari uraian diatas dapat disimpulkan bahwa pemahaman instrumental adalah hapal sesuatu secara terpisah atau dapat menerapkan sesuatu pada perhitungan rutin/sederhana, mengerjakan sesuatu secara algoritmik saja. Sedangkan pemahaman relasional adalah pemahaman yang dapat mengaitkan sesuatu dengan hal lainnya secara benar dan menyadari proses yang dilakukan.

Lebih lanjut lagi Sudjana (2005:24) mengelompokkan pemahaman ke dalam tiga tingkatan, yaitu:

1. Tingkat terendah adalah pemahaman terjemahan mulai dalam arti sebenarnya
2. Tingkat kedua adalah pemahaman penafsiran yakni menghubungkan bagian-bagian terdahulu dengan yang diketahui berikutnya.
3. Tingkat ketiga adalah pemahaman ekstrapolasi. Dengan ekstrapolasi diharapkan seseorang mampu melihat dibalik yang tertulis, dapat membuat ramalan tentang konsekuensi atau dapat memperluas persepsi dalam arti waktu, kasus atau masalah.

NCTM (Herdian, 2010) mengungkapkan pengetahuan dan pemahaman siswa terhadap konsep matematika terindikasi dari kemampuan siswa dalam:

- e. Menggunakan simbol-simbol matriks untuk merepresentasikan suatu konsep.
- f. Mengenal berbagai makna dan interpretasi konsep
- g. Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks dan mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.
- h. Membandingkan dan membedakan konsep-konsep.

Pembelajaran dikatakan optimal jika siswa mengalami pembelajaran bermakna yang disertai dengan pencapaian tingkat pemahaman yang lebih tinggi dari tingkat pemahaman sebelumnya. Oleh karena itu, guru harus mampu menggunakan pembelajaran yang dapat memotivasi siswa untuk berpikir dan belajar sampai pada tingkatan pemahaman yang lebih tinggi. Misalnya menjelaskan pernyataan kedalam angka atau notasi, dapat menafsirkan sesuatu melalui pernyataan dengan kalimat sendiri atau membuat rangkuman.

B. Pendekatan *Problem Solving*

Pembelajaran yang menggunakan pendekatan *problem solving* adalah pembelajaran yang berpusat pada pengajaran dan keterampilan pemecahan masalah yang diikuti dengan kekuatan kreatifitas. Pamuji (2014:11) mengatakan bahwa pada saat siswa diharapkan dengan berbagai pertanyaan, siswa dapat melakukan keterampilan dalam pemecahan masalah untuk mengembangkan jawaban dari pertanyaan yang diberikan tanpa harus menghafal sesuai dengan teks, tetapi bisa dengan cara memperluas proses berpikir dengan keterampilan pemecahan masalahnya.

Menurut Djamara dan Zain (2006:103) *problem solving* bukan hanya sekedar metode mengajar tetapi juga merupakan suatu metode berpikir, sebab dalam *problem solving* dapat menggunakan metode lain yang dimulai dari mencari data sampai kepada menarik kesimpulan. Senada dengan pendapat diatas Sanjaya (2006:214) *problem solving* adalah metode yang mengajarkan penyelesaian masalah dengan memberikan penekanan pada terselesaikannya suatu masalah secara menalar. Jadi pada dasarnya setiap manusia dituntut untuk berpikir untuk menyelesaikan suatu permasalahan. Sementara itu Branca (Hendriana dan Sumarmo, 2014:22), mengungkapkan bahwa pemecahan masalah matematik mempunyai

dua makna yaitu sebagai suatu pendekatan pembelajaran dan sebagai kegiatan atau proses dalam melakukan *doing math*.

Hudoyo (2005:158) mengatakan bahwa pendekatan pemecahan masalah adalah strategi proses kegiatan belajar mengajar di mana guru sebagai fasilitator menyajikan masalah-masalah verbal sebagai konteks bagi siswa untuk berfikir kritis, logis, dan terampil dalam memecahkan masalah serta mendapat pengetahuan dan konsep-konsep dasar dalam matematika, sehingga dapat mengkonstruksi pemahamannya. Melalui pemecahan masalah siswa diharapkan memahami proses penyelesaian masalah tersebut dan menjadi terampil dalam memilih dan mengidentifikasi kondisi dan konsep yang relevan, mencari generalisasi, merumuskan rencana penyelesaian dan mengorganisasikan keterampilan yang telah dimiliki sebelumnya.

Empat langkah Polya dikenal dengan nama, antara lain: "*See, Plan, Do, Check*" atau "Kenali, Susun, Rencana, Lakukan, Periksa Kembali". Polya (Hendriana dan Sumarmo, 2014:24) mengungkapkan langkah-langkah pembelajarannya sebagai berikut:

1. Kegiatan memahami masalah. Kegiatan ini dapat didefinisikan melalui beberapa pertanyaan: a) data apa yang tersedia? b) apa yang tidak diketahui dan atau apa yang ditanyakan? c) bagaimana kondisi soal? Memungkinkan kondisi yang dinyatakan dalam bentuk persamaan atau hubungan lainnya? Apakah kondisi yang ditanyakan cukup untuk mencari yang ditanyakan? Apakah kondisi itu tidak cukup atau kondisi itu berlebihan atau kondisi itu saling bertentangan?
2. Kegiatan merencanakan atau merencanakan strategi pemecahan masalah kegiatan ini dapat didefinisikan melalui beberapa pertanyaan: a) pernahkah ada soal sebelumnya. Atau b) pernahkah ada soal serupa atau mirip dalam bentuk lain? c) teori mana yang

dapat digunakan dalam masalah ini d) pernahkah ada pertanyaan serupa atau yang sama? Dapatkah metode yang cara lama digunakan untuk masalah baru? Apakah harus dicari unsur lain? Kembalilah pada definisi e) andaikan masalah baru belum dapat diselesaikan coba pikirkan soal serupa dan selesaikan

3. Kegiatan melaksanakan perhitungan. Kegiatan ini meliputi a) melaksanakan rencana strategi pemecahan masalah pada butir 2), dan b) memeriksa kebenaran tiap langkahnya. Periksalah apakah tiap langkah perhitungan sudah benar? Bagaimana menunjukan atau memeriksa bahwa langkah yang dipilih sudah benar.
4. Kegiatan memeriksa kembali kebenaran hasil atau solusi. Kegiatan ini didefinisikan melalui pertanyaan: a) bagaimana memeriksa kebenaran hasil yang diperoleh? b) dapatkah diajukan sangguhannya? c) dapatkah solusi itu dicari dengan cara lain? d) dapatkah hasil atau cara itu digunakan untuk masalah lain?.

Empat tahap pemecahan masalah dari Polya menurut Suherman (2003:99) merupakan satu kesatuan yang sangat penting untuk dikembangkan. Salah satu cara untuk mengembangkan kemampuan anak dalam pemecahan masalah adalah melalui penyediaan pengalaman pemecahan masalah yang memerlukan strategi berbeda dari satu masalah ke masalah lainnya.

Pembelajaran pemecahan masalah (*problem solving*) model Polya adalah proses untuk membangun pemahaman siswa dalam menyelesaikan berbagai masalah dengan membantu siswa untuk dapat memahami makna yang muncul dalam suatu masalah sehingga kemampuannya dalam memahami dan menganalisis konteks masalah bisa terus berkembang. Dalam matematika pembelajaran berupa pemecahan masalah termasuk di dalam soal cerita yang membutuhkan pemahaman, tehnik dan strategi untuk pemecahan

masalah, seseorang harus memiliki banyak pengalaman dalam memecahkan berbagai masalah.

Dalam pembelajaran pemecahan masalah model Polya diharapkan dapat meningkatkan minat dan hasil belajar siswa dengan memahami masalah, membuat rencana untuk menyelesaikan masalah dan memeriksa ulang jawaban yang diperoleh.

Kelebihan dari pendekatan *problem solving* menurut Nirmala (Suryani, 2013:36) adalah sebagai berikut:

1. Melatih peserta didik untuk mendesain suatu penemuan
2. Berpikir dan bertindak kreatif
3. Memecahkan masalah secara realistis
4. Memilih peserta didik untuk aktif dalam belajar pembelajaran
5. Melatih peserta didik menyatakan urutan langkah-langkah pemecahan masalah
6. Mengembangkan kemampuan peserta didik mengungkapkan gagasan
7. Merangsang perkembangan kemajuan berpikir peserta didik untuk menyelesaikan masalah yang dihadapi dengan tepat.

Kelemahan *problem solving* menurut Dianawati (Suryani, 2013:36) sebagai berikut:

1. Peserta didik mendefinisikan masalah yang diberikan sebagai suatu persoalan yang tidak rutin, belum kenal cara pemecahannya
2. Tidak semua materi pembelajaran cocok disampaikan dengan model pendekatan *problem solving*
3. Memerlukan waktu yang panjang dibandingkan dengan pendekatan yang lain.

Jadi, yang dimaksud dengan pendekatan *problem solving* ini adalah suatu pendekatan yang digunakan dalam pembelajaran yang menghasilkan hasil suatu masalah yang melahirkan

banyak jawaban, dan akhirnya akan menghasilkan pemahaman yang lebih baik terhadap materi pembelajaran.

C. Hipotesis

Berdasarkan studi literatur dan permasalahan yang telah dirumuskan pada bagian sebelumnya, hipotesis dalam penelitian ini yaitu:

1. Pencapaian kemampuan pemahaman matematik siswa sekolah menengah kejuruan yang menggunakan pendekatan *problem solving* lebih baik dari pada yang menggunakan pembelajaran biasa.
2. Peningkatan kemampuan pemahaman matematik siswa sekolah menengah kejuruan yang menggunakan pendekatan *problem solving* lebih baik dari pada yang menggunakan pembelajaran biasa.

BAB III

METODE DAN DESAIN PENELITIAN

A. Metode dan Desain Penelitian

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode eksperimen, yaitu mengadakan pembelajaran matematika dengan menggunakan pendekatan *problem solving*. Dalam pengertian luas, bereksperimen adalah mengadakan kegiatan uji coba untuk mengetahui suatu hasil. Tujuan kegiatan eksperimen bukan mengumpulkan data dan mendeskripsikan data, melainkan menelaah fakta-fakta penyebab dan fakta akibat yang ditimbulkan.

Pada penelitian ini melibatkan dua kelas yaitu kelas eksperimen dan kelas kontrol dari kelas yang berbeda tetapi satu tingkatan. Semua kelas diberikan *pretes* dan *postes*. Kelas eksperimen memperoleh pembelajaran matematika dengan pendekatan pembelajaran *problem solving* sebagai perlakuan dan kelas kontrol memperoleh pembelajaran matematika dengan pembelajaran seperti biasa sebagai perlakuan. Sementara itu, tujuan dilaksanakan *pretes* dan *postes* adalah untuk melihat perbedaan peningkatan kemampuan pemahaman matematik pada kedua kelas tersebut. Adapun desain penelitian ini digambarkan sebagai berikut (Ruseffendi, 2005:50):

A O X O

A O O

Keterangan:

A : sampel dipilih dengan acak kelas

O : *Pretes* = *postes* kemampuan pemahaman matematik

X : Pembelajaran matematika dengan menggunakan pendekatan pembelajaran *problem solving*

B. Populasi Dan Sampel

Populasi dalam penelitian ini adalah siswa Sekolah Menengah Kejuruan (SMK) sedangkan sampelnya terpilih SMK TI Pembangunan Cimahi. Kemudian diambil dua kelas secara acak, di mana terpilih kelas XI RPL C menjadi kelas eksperimen dan kelas XI TEI B sebagai kelas kontrol. Sampel dipilih karena tingkat perkembangan pendidikan dan cara berpikir siswa di kelas tersebut tidak terlalu tinggi dan tidak terlalu rendah, serta berdasarkan hasil nilai ulangan harian dan nilai-nilai tes lainnya tidak terlalu jauh perbedaan antara kelas keduanya di bandingkan dengan kelas yang lain.

C. Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah seperangkat soal tes kemampuan pemahaman matematik yang berdiri dari 5 soal uraian berupa pretes dan postes yang telah diuji cobakan dan dihitung validitas, reabilitas, daya pembeda dan indeks kesukarannya.

Pretes dilakukan pada awal perlakuan, bertujuan untuk mrlihat kemampuan awal siswa pada kelas kontrol dan kelas eksperimen. Sedangkan postes dilakukan setelah perlakuan, sehingga diperoleh perbedaan sebelum dan sesudah perlakuan. Guna mengevaluasi kemampuan pemahaman matematik siswa, dilakukan penskoran jawaban siswa untuk setiap butir soal. Kriteria pemberian skor untuk soal tes kemampuan pemahaman matematik matematik berpedoman pada *Holostic Scoring Rubrics* yang dimodifikasi dari Susilawati (2008:63) yang disajikan pada tabel 3.1 berikut:

Table 3.1

Kriteria Penskoran Pemahaman Matematik

Respon Siswa	Skor
Tidak ada jawaban atau hanya mengulang pertanyaan	0
Jawaban menunjukkan salah paham tentang konsep yang dipelajari	1
Jawaban kurang lengkap, sebagian informasi benar tetapi adanya kesalahan konsep.	2
Jawaban hampir lengkap, perhitungan lengkap dan benar, namun mengandung sedikit kesalahan	3
Jawaban lengkap , melakukan perhitungann dengan benar, dan menggunakan konsep dengan benar	4

Jumlah soal uraian yang diberikan adalah 5 nomor soal yang meliputi soal kemampuan pemahaman matematik matematik siswa SMK kelas XI. setelah instrumen diuji cobakan selanjutnya hasil uji coba dianalisis untuk dihitung Validitas, reliabilitas, daya pembeda dan tingkat kesukaran dari soal tersebut. Analisis hasil uji coba instrumen penelitian akan dijelaskan sebagai berikut:

1. Validitas

Validitas adalah suatu ukuran yang menunjukkantingkat-tingkat kesahihan sesuatu instrumen (Arikunto, 2002: 144). Sebuah instrumen dikatakan valid apabila mampu mengukur apa yang diinginkan dan dapat mengungkap data dari variabel yang diteliti secara tepat. Tinggi rendahnya validitas instrumen menunjukkan sejauh mana data yang terkumpul tidak menyimpang dari gambaran tentang validitas yang dimaksud.

Untuk menghitung validitas tes menggunakan rumus korelasi *Product Moment* Pearson

(Ruseffendi, 2010:166) sebagai berikut:

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{N \sum X^2 - (\sum X)^2} \sqrt{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

Keterangan:

r_{xy} : nilai korelasi *Product Moment* Pearson
 N : banyaknya sampel
 X : skor item
 Y : skor total

XY : hasil perkalian skor item dan skor total
 X^2 : hasil kuadrat dari skor item
 Y^2 : hasil kuadrat dari skor total
 $(\sum X)^2$: hasil kuadrat dari total jumlah skor item
 $(\sum Y)^2$: hasil kuadrat dari total jumlah skor total

Tabel 3.2

Klasifikasi Validitas Instrumen

Besarnya r_{xy}	Tingkat validitas
$0,90 < r_{xy} \leq 1,00$	Sangat tinggi
$0,70 < r_{xy} \leq 0,90$	Tinggi
$0,40 < r_{xy} \leq 0,70$	Cukup
$0,20 < r_{xy} \leq 0,40$	Rendah
$0,00 < r_{xy} \leq 0,20$	Sangat rendah
$r_{xy} \leq 0,00$	Tidak valid

Sumber: Suherman (2001:136)

Berikut ini adalah hasil perhitungan uji validitas setiap butir soal kemampuan pemahaman matematik:

Tabel 3.3

Hasil Perhitungan Validitas Butir Soal

Soal	R_{xy}	Interpretasi
1	0,80	Tinggi
2	0,76	Tinggi
3	0,86	Tinggi
4	0,90	Sangat tinggi

5	0,83	Tinggi
---	------	--------

Pada table 3.3 terlihat interpretasi nilai r_{xy} soal nomor 1-5 memiliki kriteria cukup baik. Sehingga semua soal memiliki keabsahan yang baik. Sedangkan untuk mengetahui kriteria uji signifikannya dapat dilihat pada tabel di bawah ini:

Tabel 3.4
Hasil Perhitungan Nilai Validitas Beserta Uji Signifikannya

Nomor soal	Rxy	interpretasi	t_{tabel}	Kriteria
1	0,80	Cukup	0,349	Signifikan
2	0,76	Cukup		Signifikan
3	0,86	Cukup		Signifikan
4	0,90	Cukup		Signifikan
5	0,83	Cukup		Signifikan

Dari hasil uji validitas tabel diatas, soal nomor 1 memiliki kriteria validitasnya tinggi sedangkan nomer 2, 3, 4 dan 5 kriteria validitasnya tinggi

2. Reliabilitas

Reabilitas adalah ketetapan instrumen dalam mengukur atau ketetapan siswa dalam menjawab insrtumen tersebut. Untuk mengukur reliabilitas instrumen digunakan rumus *Alpha* (Ruseffendi, 1991:193) sebagai berikut:

$$r = \frac{b}{b-1} \times \frac{DBj^2 - \sum DBi^2}{DBj^2}$$

Keterangan:

r : nilai reliabilitas

b : banyaknya soal

DBj^2 : variansi skor seluruh soal menurut skor siswa perorangan

DBi^2 : variansi skor soal ke i

$\sum DBi^2$: jumlah variansi skor seluruh soal

Untuk menginterpretasikan reliabilitas instrumen dapat digunakan tolak ukur yang disajikan pada tabel berikut:

Tabel 3.5

Klasifikasi Reliabilitas

Besarnya r	Tingkat Reliabilitas
0,00 – 0,20	Kecil
0,20 – 0,40	Rendah
0,40 – 0,70	Sedang
0,70 – 0,90	Tinggi
0,90 – 1,00	Sangat tinggi

Sumber: Ruseffendi (2005: 160)

Setelah dilakukan perhitungan reliabilitas butiran soal menggunakan rumus *Cronbach Alpha*, didapat hasil yang disajikan pada Tabel 3.4 di bawah ini:

Tabel 3.6

Hasil Pengujian Reliabilitas Butir Soal

r_p	Interpretasi	r_{tabel}	Signifikansi
0,88	Cukup	0,34	Signifikansi

Berdasarkan Tabel 3.6 di atas, diperoleh nilai koefisien r_{hitung} untuk reliabilitas adalah 0,36 sehingga berdasarkan klasifikasi interpretasi koefisien reliabilitas ini tergolong cukup. Selanjutnya nilai koefisien r dibandingkan nilai koefisien r_{tabel} dalam taraf signifikansi 5% dengan jumlah siswa adalah 32 didapat koefisien r_{tabel} adalah 0,34. Nilai koefisien r_{hitung} lebih besar dari r_{tabel} , maka dikatakan signifikan dengan begitu soal ini sangat baik untuk digunakan dan mempunyai taraf kepercayaan dan tidak berubah-ubah

3. Indeks Kesukaran

Indeks kesukaran adalah bilangan yang menunjukkan sukar atau mudahnya suatu soal digunakan. Menurut Jauhara dan Zauhari (Rohaeti, 2008:54) dirumuskan sebagai berikut:

$$IK = \frac{JB_A + JB_B}{2JS_A \cdot SM_I}$$

Keterangan:

IK : Indeks kesukaran

JB_A : Jumlah skor dari kelas atas

JB_B : Jumlah skor dari kelas bawah

JS_A : Jumlah siswa kelompok atas = jumlah siswa dari kelompok bawah (25% dari jumlah seluruh peserta tes)

SM_I : Skor maksimum ideal

Tabel 3.7

Klasifikasi Indeks Kesukaran

Besarnya IK	Keterangan
IK=0,00	Soal terlalu sukar
$0,00 < IK \leq 0,30$	Soal sukar
$0,30 < IK \leq 0,70$	Soal sedang
$0,70 < IK < 1,00$	Soal mudah
IK= 1,00	Soal terlalu mudah

Sumber: Suherman (2001:190)

Berikut ini adalah hasil analisis indeks kesukaran setiap butir soal kemampuan pemahaman matematik:

Tabel 3.8

Hasil Analisis Indeks Kesukaran Soal

Nomor soal	Indeks kesukaran	Interpretasi
1	0,77	Mudah
2	0,58	Sedang

3	0,44	Sedang
4	0,28	Sukar
5	0,55	Sedang

Berdasarkan Tabel 3.8 diperoleh data hasil uji indeks kesukaran dimana butiran soal nomor 1 memiliki indeks kesukaran dengan kriteria mudah, nomor 2,3, dan 5 dengan kriteria sedang, sedangkan untuk soal nomor 4 memiliki klasifikasi indeks kesukaran sukar.

4. Daya Pembeda

Daya pembeda adalah indikator mampu tidaknya instrumen yang digunakan membedakan siswa yang berkemampuan tinggi dan siswa yang berkemampuan rendah. Dalam menentukan daya pembeda tiap butir soal menggunakan rumus menurut Jauhara dan Zauhari (Rohaeti, 2008:53) yaitu:

$$DP = \frac{JB_A - JB_B}{JS_A \cdot SM_I}$$

Keterangan:

DP: Daya pembeda

JB_A : Jumlah skor dari kelas atas

JB_B : Jumlah skor dari kelas bawah

JS_A : Jumlah siswa kelompok atas = jumlah siswa dari kelompok bawah (25% dari jumlah seluruh peserta tes)

SM_I : Skor maksimum ideal

Tabel 3.9 Klasifikasi Daya Pembeda	
Besarnya Daya Pembeda	Keterangan
$DP \leq 0,00$	Sangat kurang
$0,00 < DP \leq 0,20$	Kurang
$0,20 < DP \leq 0,40$	Cukup
$0,40 < DP \leq 0,70$	Baik
$0,70 < DP \leq 1,00$	Sangat Baik

Sumber: Suherman (2001: 176)

Berikut ini adalah hasil analisis daya pembeda setiap butir soal kemampuan pemahaman matematik:

Tabel 3.10
Hasil Analisis Daya Pembeda Butiran Soal

Soal	Daya Pembeda	Interpretasi
1	0,41	Baik
2	0,41	Baik
3	0,38	Cukup
4	0,50	Baik
5	0,53	Baik

Berdasarkan tabel 3.10 diperoleh data hasil uji daya pembeda dimana butir soal nomor 1, 2, 4, dan 5 memiliki daya pembeda dengan kriteria baik, nomor 3 dengan kriteria cukup.

D. Prosedur Penelitian

Dalam prosedur penelitian penulis melakukan langkah-langkah sebagai berikut :

1. Tahap Persiapan

Tahap persiapan dilakukan dengan beberapa kegiatan yaitu mengamati permasalahan yang terjadi di kelas tempat peneliti melakukan penelitian, kemudian menuangkan permasalahan tersebut kedalam bentuk proposal skripsi, kemudian di seminarkan dan dengan beberapa perbaikan, penyempurnaan proposal dapat di selesaikan, membuat RPP, instrument penelitian (pembuatan LKS dan latihannya, pembuatan soal kuis, pembuatan perangkat tes serta kunci jawabannya) menyiapkan ijin penelitian, menguji coba instrumen.

2. Tahap Pembelajaran

- a. Tahap pertama pemberian tes awal (*pretes*) dilakukan untuk mengetahui kemampuan kemampuan pemahaman matematik siswa terhadap permasalahan matematika yang terlebih dahulu diberitahukan pokok bahasan yang akan dipelajari.
 - b. Tahap kedua pemberian perlakuan, yaitu pelaksanaan pembelajaran matematika dengan pendekatan *problem solving*.
 - c. Tahap ketiga pemberian tes akhir (*postes*), tes akhir yang dilakukan untuk mengetahui kemampuan kemampuan pemahaman matematik siswa setelah menerima perlakuan.
 - d. Membandingkan skor *pretes* dengan skor *postes* yang diperoleh oleh masing-masing siswa. Kemudian dianalisis untuk mengetahui pengaruh kemampuan kemampuan pemahaman matematik matematik siswa melalui pendekatan *problem solving*.
3. Tahap akhir
- Setelah penelitian dilaksanakan, langkah berikutnya adalah menganalisis data tes dan menyusun kesimpulan hasil penelitian.

E. Pengolahan Data

Statistik yang digunakan adalah rata-rata. Seluruh hasil penelitian yaitu pretest dan postes dan *N-N-Gain* diolah dan dianalisis dengan menggunakan *software SPSS 21* sebagai berikut:

1. Uji Data Pretes dan Postes Kemampuan Pemahaman Matematik

a. Uji Normalitas Data

Uji normalitas dilakukan untuk mengetahui apakah data kedua kelas sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak. Apabila hasil pengujian menunjukkan bahwa data berdistribusi normal maka pengujian dilanjutkan dengan uji homogenitas. Uji normalitas dilakukan dengan menggunakan uji *Shafiro-Wilk* karena jumlah data yang lebih dari 30.

Sedangkan jika hasil pengujian menunjukkan data tidak berdistribusi normal maka digunakan uji *Mann-Whitney*. Perumusan hipotesis untuk pengujian normalitas adalah sebagai berikut:

H_0 : sampel yang berdistribusi normal

H_1 : sampel tidak berdistribusi normal

Kriteria pengujian adalah jika nilai signifikansi $\geq 0,05$ maka H_0 diterima dan jika nilai signifikansi $< 0,05$ maka H_0 ditolak.

b. Uji Homogenitas Varians

Uji homogenitas varians digunakan untuk mengetahui apakah kedua kelas sampel mempunyai varians yang sama atau tidak. Jika kedua kelas data tersebut berasal dari populasi-populasi dengan varians yang sama dinamakan populasi homogen. Uji homogenitas dilakukan dengan uji F atau *Levene's test*. Perumusan hipotesis untuk uji homogenitas varians adalah sebagai berikut:

H_0 : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, artinya data hasil pretes dan postes berasal dari populasi yang homogen

H_1 : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, artinya data hasil pretes dan postes berasal dari populasi yang tidak homogen

Keterangan:

σ_1^2 = variansi skor pretes atau postes kelas eksperimen

σ_2^2 = variansi skor pretes atau postes kelas kontrol

Kriteria pengujian adalah jika nilai signifikansi $\geq 0,05$ maka H_0 diterima dan jika nilai signifikansi $< 0,05$ maka H_0 ditolak.

c. Uji Perbedaan Dua Rata-Rata

Apabila kedua kelompok berdistribusi normal dan homogen, selanjutnya dilakukan uji perbedaan dua rerata menggunakan uji -t, dengan tujuan untuk menguji hipotesis penelitian. Apabila kedua data kelompok berdistribusi normal akan tetapi tidak homogen, pengujian perbedaan rerata dilakukan dengan uji-t'. Tetapi apabila salah satu data atau kedua data kelompok tidak berdistribusi normal maka dilanjutkan dengan uji statistik nonparametrik menggunakan uji *Mann-Whitney*. Taraf signifikansi dalam uji perbedaan rerata kemampuan adalah $\alpha = 0,05 = 5\%$.

H_0 : $\mu_1 = \mu_2$ Kemampuan pemahaman matematik siswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan pendekatan *problem solving* tidak lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran biasa

H_1 : $\mu_1 \neq \mu_2$, Kemampuan pemahaman matematik siswa yang memperoleh pembelajaran menggunakan pendekatan *problem solving* lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran biasa

Keterangan:

μ_1 = variansi skor pretes atau postes kelas eksperimen

μ_2 = variansi skor pretes atau postes kelas kontrol

Kriteria pengujian adalah jika nilai signifikansi $\geq 0,05$ maka H_0 diterima dan jika nilai signifikansi $< 0,05$ maka H_0 ditolak.

2. Peningkatan Kemampuan Pemahaman Matematik

Untuk mengetahui seberapa besar peningkatan kemampuan pemahaman matematik siswa sebelum dan sesudah memperoleh pembelajaran dilakukan uji *N-Gain* ternormalisasi. Perhitungan *N-Gain* ternormalisasi menggunakan rumus dari Meltzer (Kurniawan, 2010: 114) yaitu:

$$g = \frac{\text{skor postes} - \text{skor pretes}}{\text{skor ideal} - \text{skor pretes}}$$

Tabel 3.11

Klasifikasi Indeks N-Gain yang Ternormalisasi (g):

Nilai Indeks	Kategori
> 0,7	Tinggi
0,3 – 0,7	Sedang
<0,3	Rendah

Sumber: Kurniawan (2010: 114)

a. Uji Normalitas Data *N-Gain*

Uji normalitas *N-Gain* dilakukan untuk mengetahui apakah data *N-Gain* kedua kelas sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak. Jika data *N-Gain* berdistribusi normal maka pengujian dilanjutkan dengan uji homogenitas. Sedangkan jika hasil pengujian menunjukkan data tidak berdistribusi normal maka digunakan uji *Mann-Whitney*. Perumusan hipotesis untuk pengujian normalitas data *N-Gain* adalah sebagai berikut:

H_0 : Data *N-Gain* berasal dari populasi yang berdistribusi normal

H_1 : Data *N-Gain* berasal dari populasi yang tidak berdistribusi normal

Kriteria pengujiannya adalah H_0 diterima jika nilai signifikansi $\geq 0,05$ dan H_0 ditolak jika nilai signifikansi $< 0,05$.

b. Uji Homogenitas Varians Data *N-Gain*

Uji homogenitas varians data *N-Gain* digunakan untuk mengetahui apakah kedua kelas sampel mempunyai varians yang sama atau tidak. Uji homogenitas dilakukan dengan uji f atau *Levine's test*. Adapun perumusan hipotesis untuk uji homogenitas varians adalah sebagai berikut:

H_0 : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, artinya data *N-Gain* hasil postes berasal dari populasi yang homogen.

H_1 : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, artinya data *N-Gain* hasil postes berasal dari populasi yang tidak homogen.

Keterangan:

σ_1^2 = variansi skor data *N-N-Gain* kelas eksperimen

σ_2^2 = variansi skor data *N-N-Gain* kelas kontrol

Kriteria pengujian adalah H_0 diterima jika signifikansi $\geq 0,05$, dan H_0 ditolak jika signifikansi $< 0,05$

c. Uji Perbedaan Dua Rata-Rata Indeks *N-Gain*

Untuk mengetahui perbedaan dua rata-rata *N-Gain* dilakukan Uji-t jika kedua kelas sampel berdistribusi normal dan homogen. Tetapi, jika data *N-Gain* yang dianalisis tidak berdistribusi normal maka digunakan uji *Mann-Whitney*. Perumusan hipotesis untuk uji kesamaan dua rata-rata ini adalah sebagai berikut:

H_0 : $\mu_1 = \mu_2$, Peningkatan kemampuan pemahaman matematik siswa yang memperoleh pembelajaran pendekatan *problem solving* tidak lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran biasa.

H_1 : $\mu_1 > \mu_2$, Peningkatan kemampuan pemahaman matematik siswa yang memperoleh pembelajaran pendekatan *problem solving* lebih baik daripada siswa yang memperoleh pembelajaran biasa.

Keterangan:

μ_1 = variansi skor data *N-Gain* kelas eksperimen

μ_2 = variansi skor data *N-Gain* kelas kontrol

Kriteria pengujiannya adalah H_0 diterima jika nilai signifikansi $\geq 0,05$, dan H_0 ditolak jika nilai signifikansi $< 0,05$.

BAB IV

ANALISIS DATA DAN PEMBAHASAN

A. Analisis Data

Pretes dan postes diberikan pada masing-masing kelas, kemudian dilakukan penskoran untuk dianalisis dengan menggunakan *software* IBM SPSS *Statistics* 21. Berikut ini hasil *output* pengujian statistik deskripsi data pretes dan postes kelas eksperimen dan kelas kontrol.

Tabel 4.1

DESKRIPSI DATA HASIL KELAS EKSPERIMEN DAN KELAS KONTROL

No	Data Statistik	Kelas Eksperimen			Kelas Kontrol		
		Pretes	Postes	N Gain	Pretes	Postes	N Gain

1	Jumlah Siswa	27	27	27	24	24	24
2	Skor Minimum	0	9	0,42	0	7	0,35
3	Skor Maksimum	1	15	0,75	1	15	0,75
4	Skor Rata-rata	0,154	12,154	0,604	0,167	10,417	0,524
5	Persentase *)	0,769%	60,769%	60,436%	0,381%	52,917%	52,445%
6	Simpangan baku	0,464	1,713	0,088	0,381	2,619	0,128

*) Persentase = perbandingan skor rata-rata terhadap skor maksimum ideal.

1. Analisis Data Pretes

Pretes diberikan kepada kelas eksperimen dan kelas kontrol untuk mengetahui kemampuan awal masing-masing kelas sebelum kegiatan belajar mengajar dilakukan di kelas. Selanjutnya, dilakukan penskoran terhadap pretes yang telah diberikan pada masing-masing kelas untuk dianalisis menggunakan *software IBM SPSS Statistics 21*.

a. Uji Normalitas Data

Uji normalitas data dilakukan untuk mengetahui sampel yang berasal dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak berdistribusi normal dengan menggunakan uji statistik *Shapiro-Wilk* dengan taraf kepercayaan 95% atau signifikan $\alpha = 0,05$.

Hipotesis nol dan tandingannya yang akan diuji, yaitu:

H_0 : Sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

H_1 : Sampel berasal dari populasi yang bukan berdistribusi normal.

Kriteria pengujian (Uyanto, 2009:45) yaitu:

- 1) Jika $sig < \alpha = 0,05$, maka H_0 ditolak.
- 2) Jika $sig \geq \alpha = 0,05$, maka H_0 diterima.

Berikut ini disajikan hasil pengolahan data uji normalitas data pretes kelas eksperimen dan pretes kelas kontrol.

Tabel 4.2
Hasil Uji Normalitas Pretes

	KELAS	Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.
PRETES	EKSPERIMEN	,383	26	,000
	KONTROL	,454	24	,000

Berdasarkan data pada Tabel 4.2 terlihat bahwa Signifikan pada kelas eksperimen sama dengan 0,000 dan kelas eksperimen sama dengan 0,000. Sesuai kriteria pengujian, signifikansi kedua kelas kurang dari 0,000 maka H_o ditolak. Ini berarti sampel berasal dari populasi yang tidak berdistribusi normal.

b. Uji Non-Parametrik *Mann-Whitney*

Sampel berasal dari populasi yang tidak berdistribusi normal, maka dilanjutkan dengan uji non parametrik *Mann-Whitney*. Sari dan Wardani (2015:90) mengatakan bahwa uji ini digunakan untuk melihat perbedaan 2 sampel independen untuk data jenis ordinal atau berdasarkan peringkat. Sehingga uji Mann-Whitney merupakan uji perbedaan median.

Hipotesis nol dan tandingannya yang akan diuji, yaitu:

$H_o : m_1 = m_2$, tidak terdapat perbedaan kemampuan awal pemahaman matematis siswa SMK yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *problem solving* dengan yang menggunakan pembelajaran biasa.

$H_1 : m_1 \neq m_2$, terdapat perbedaan kemampuan awal pemahaman matematis siswa SMK yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *problem solving* dengan yang menggunakan pembelajaran biasa.

Kriteria pengujian (Uyanto, 2009:45) yaitu:

- 1) Jika $sig < \alpha = 0,05$, maka H_0 ditolak.
- 2) Jika $sig \geq \alpha = 0,05$, maka H_0 diterima.

Berikut ini disajikan hasil pengolahan data uji signifikan dua rerata pretes kelas eksperimen dan pretes kelas kontrol.

Tabel 4.3
Uji Non Parametrik Mann-Whitney
Test Statistics^a

	PRETES
Mann-Whitney U	298,000
Wilcoxon W	649,000
Z	-,452
Asymp. Sig. (2-tailed)	,652

Berdasarkan Tabel 4.3 terlihat bahwa signifikan adalah 0,652. Sesuai kriteria pengujian, nilai signifikansi memenuhi kriteria $sig > 0,05$ maka H_0 diterima yang artinya tidak terdapat perbedaan kemampuan awal pemahaman matematis siswa SMK yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *problem solving* dengan yang menggunakan pembelajaran biasa.

2. Analisis Data Postes

Postes diberikan kepada kelas eksperimen dan kelas kontrol untuk langkah akhir dari proses belajar mengajar setelah diberikan perlakuan yang berbeda. Selanjutnya, dilakukan penskoran terhadap postes yang telah diberikan pada masing-masing kelas untuk dianalisis menggunakan *software IBM SPSS Statistics 21*.

a. Uji Normalitas Data

Uji normalitas data dilakukan untuk mengetahui sampel yang berasal dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak berdistribusi normal dengan menggunakan uji statistik *Shapiro-Wilk* dengan taraf kepercayaan 95% atau signifikan $\alpha = 0,05$.

Hipotesis nol dan tandingannya yang akan diuji, yaitu:

H_0 : Sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

H_1 : Sampel berasal dari populasi yang tidak berdistribusi normal.

Kriteria pengujian (Uyanto, 2009:45) yaitu:

- 1) Jika $sig < \alpha = 0,05$, maka H_0 ditolak.
- 2) Jika $sig \geq \alpha = 0,05$, maka H_0 diterima.

Hasil pengolahan data uji normalitas data postes kelas eksperimen dan postes kelas kontrol.

Tabel 4.4

Uji Normalitas Data Postes				
	Kelas	Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.
Postes	Eksperimen	,933	26	,090
	Kontrol	,922	24	,065

Berdasarkan pada Tabel 4.4 terlihat bahwa signifikan terhadap kelas eksperimen sama dengan 0,090 sedangkan pada kelas kontrol 0,065. Sesuai kriteria pengujian, kedua kelas mempunyai nilai signifikansi lebih dari 0,05 maka H_0 diterima. Artinya untuk kelas eksperimen maupun kelas kontrol, sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

b. Uji Homogenitas

Kedua kelas eksperimen berdistribusi normal, selanjutnya dilakukan pengujian homogenitas varians kedua kelas dengan menggunakan uji *levenet* untuk mengetahui apakah kedua sampel memiliki varians yang sama atau tidak.

Hipotesis yang akan diuji adalah sebagai berikut:

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, tidak terdapat perbedaan varians antara kedua kelompok sampel.

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, terdapat perbedaan varians antara kedua kelompok sampel.

Kriteria pengujian (Uyanto, 2009:45) yaitu:

- 1) Jika $sig < \alpha = 0,05$, maka H_0 ditolak.
- 2) Jika $sig \geq \alpha = 0,05$, maka H_0 diterima.

Tabel 4.5
Uji Homogenitas Postes
Test of Homogeneity of Variance

		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Postes	Based on Mean	3,782	1	48	,058

Berdasarkan data uji homogenitas pada tabel 4.5, nilai signifikansi sama dengan 0,058. Sesuai kriteria pengujian, signifikansi lebih dari 0,05 maka H_0 diterima. Ini berarti tidak terdapat perbedaan varians antara kedua kelas yaitu yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *problem solving* dengan yang menggunakan pembelajaran biasa.

c. Uji Perbedaan Dua Rata-Rata

Pengujian rerata terhadap skor postes dilakukan karena peneliti mengharapkan kedua kelas memiliki kemampuan penalaran yang sama.

Hipotesis yang diuji adalah sebagai berikut:

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$, tidak terdapat perbedaan secara signifikan pencapaian skor postes kemampuan pemahaman matematis siswa SMK yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *problem solving* dengan yang menggunakan pembelajaran biasa.

$H_1 : \mu_1 > \mu_2$, pencapaian skor postes kemampuan pemahaman matematis siswa SMK yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *problem solving* lebih baik daripada yang menggunakan pembelajaran biasa.

Tabel 4.6
Uji Signifikansi Perbedaan Rata-Rata (Uji-t)
Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	T	Df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Postes	Equal variances assumed	3,782	,058	2,608	48	,012	1,571	,602	,360	2,781

Berdasarkan data uji-t pada tabel 4.6, nilai signifikansi 2 tailed sama dengan 0,012. Maka nilai signifikansi sama dengan 0,006. Sesuai kriteria pengujian, signifikansi kurang dari 0,05 maka H_0 ditolak dan H_1 diterima. Ini berarti pencapaian skor postes kemampuan pemahaman matematis siswa SMK yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *problem solving* lebih baik daripada dengan yang menggunakan pembelajaran biasa.

3. Analisis Data N-Gain

Uji Gain Ternormalisasi (N-Gain) digunakan untuk mengetahui seberapa besar peningkatan kemampuan pemahaman matematis siswa SMK yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *problem solving* dengan yang menggunakan pembelajaran biasa

a. Uji Normalitas N-Gain

Uji normalitas data dilakukan untuk mengetahui sampel yang berasal dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak berdistribusi normal dengan menggunakan uji statistik *Shapiro-Wilk* dengan taraf kepercayaan 95% atau signifikan $\alpha = 0,05$.

Hipotesis nol dan tandingannya yang akan diuji, yaitu:

H_0 : Sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

H_1 : Sampel berasal dari populasi yang tidak berdistribusi normal.

Kriteria pengujian (Uyanto, 2009:45) yaitu:

- 1) Jika $sig < \alpha = 0,05$, maka H_0 ditolak.
- 2) Jika $sig \geq \alpha = 0,05$, maka H_0 diterima.

Tabel 4.7
Uji Normalitas N-Gain

	Kelas	Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.
N-Gain	Eksperimen	,946	26	,185
	Kontrol	,923	24	,068

Berdasarkan pada tabel 4.7 terlihat bahwa signifikan terhadap kelas eksperimen sama dengan 0,185 sedangkan pada kelas kontrol 0,068. Sesuai kriteria pengujian, kedua kelas mempunyai nilai signifikansi lebih dari 0,05 maka H_0 diterima. Artinya untuk kelas eksperimen maupun kelas kontrol, sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

b. Uji Homogenitas

Kedua kelas eksperimen berdistribusi normal, selanjutnya dilakukan pengujian homogenitas varians kedua kelas eksperimen dengan menggunakan uji *levenet* untuk mengetahui apakah kedua sampel memiliki varians yang sama atau tidak.

Hipotesis yang akan diuji adalah sebagai berikut:

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$, tidak terdapat perbedaan varians antara kedua kelompok sampel.

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$, terdapat perbedaan varians antara kedua kelompok sampel.

Kriteria pengujian (Uyanto, 2009:45) yaitu:

- 1) Jika $sig < \alpha = 0,05$, maka H_0 ditolak.
- 2) Jika $sig \geq \alpha = 0,05$, maka H_0 diterima.

Tabel 4.8
Uji Homogenitas N-Gain

Test of Homogeneity of Variance					
		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
N-Gain	Based on Mean	4,279	1	48	,044

Berdasarkan data uji homogenitas pada tabel 4.8, nilai signifikansi sama dengan 0,044. Sesuai kriteria pengujian, signifikansi kurang dari 0,05 maka H_0 ditolak dan H_1 diterima. Ini berarti terdapat perbedaan varians antara kedua kelas yaitu kelas eksperimen yang menggunakan pendekatan *problem solving* dengan kelas kontrol yang menggunakan pembelajaran biasa.

c. Uji Signifikansi Perbedaan Rata-Rata

Pengujian rerata terhadap N-Gain dilakukan karena peneliti mengharapkan kedua kelas memiliki kualitas peningkatan kemampuan pemahaman matematik yang sama.

Hipotesis yang diuji adalah sebagai berikut:

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$, tidak terdapat perbedaan secara signifikan peningkatan kemampuan pemahaman matematis siswa SMK pembelajarannya menggunakan

pendekatan *problem solving* dengan yang menggunakan pembelajaran biasa.

$H_1 : \mu_1 > \mu_2$, peningkatan kemampuan pemahaman matematis siswa SMK yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *problem solving* lebih baik daripada yang menggunakan pembelajaran biasa.

Tabel 4.9
Uji Signifikansi Perbedaan Rata-Rata N-Gain (Uji-t N-Gain)

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	T	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
N-Gain	Equal variances not assumed			2,566	40,283	,014	,08045	,03135	,01710	,14380

Berdasarkan data uji-t pada tabel 4.9, nilai signifikansi 2 tailed sama dengan 0,014. Maka nilai signifikansi sama dengan 0,007. Sesuai kriteria pengujian, signifikansi kurang dari 0,05 maka H_0 ditolak dan H_1 diterima . Ini berarti peningkatan kemampuan pemahaman matematis siswa SMK yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *problem solving* lebih baik daripada yang menggunakan pembelajaran biasa.

B. Pembahasan

Berdasarkan hasil pengolahan data pretes dengan menggunakan uji statistik *Shapiro Wilk* bahwa nilai signifikannya kurang dari signifikan yang ditentukan, maka H_0 ditolak, yang artinya bahwa kelas eksperimen dan kelas kontrol berasal dari sampel yang tidak berdistribusi normal. Sehingga pengujian dilanjutkan dengan uji non parametrik *Mann-Whitney*. Dari hasil pengujian non parametrik *Mann-Whitney* diperoleh signifikannya lebih dari signifikan yang ditentukan, sehingga H_0 diterima, yang artinya tidak terdapat perbedaan kemampuan awal pemahaman matematis siswa SMK yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *problem solving* lebih baik daripada yang menggunakan pembelajaran biasa.

Hasil analisis data postes kelas eksperimen dan kelas kontrol dengan menggunakan uji statistik *Shapiro-Wilk* yang menunjukkan bahwa kelas eksperimen dan kelas kontrol memiliki nilai signifikannya lebih dari nilai signifikan yang ditentukan maka H_0 diterima yang artinya baik kelas eksperimen maupun kelas kontrol berdistribusi normal. Pada uji homogenitas varians, nilai signifikansi yang diperoleh lebih dari nilai signifikansi yang ditentukan sehingga H_0 diterima, berarti tidak terdapat perbedaan varians dari kedua sampel. Pengujian perbedaan rata-rata dengan uji-t menunjukkan bahwa nilai signifikansi kurang dari signifikansi yang ditentukan. Sesuai kriteria pengujian, signifikansi kurang dari 0,05 maka H_0 ditolak dan H_1 diterima. Ini berarti pencapaian skor postes kemampuan pemahaman matematis siswa SMK yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *problem solving* lebih baik daripada yang menggunakan pembelajaran biasa.

Hasil analisis data N-Gain kelas eksperimen dan kelas kontrol dengan menggunakan uji statistik *Shapiro-Wilk* yang menunjukkan bahwa kelas eksperimen dan kelas kontrol memiliki nilai signifikannya lebih dari nilai signifikan yang ditentukan maka H_0 diterima yang artinya baik kelas eksperimen maupun kelas kontrol berdistribusi normal. Pada uji homogenitas varians, nilai signifikansi yang diperoleh kurang dari nilai signifikansi yang ditentukan sehingga H_0 ditolak dan H_1 diterima, berarti terdapat perbedaan varians dari kedua sampel. Pengujian perbedaan rata-rata dengan uji-t' menunjukkan bahwa nilai signifikansi kurang dari signifikansi yang ditentukan. Sesuai kriteria pengujian, signifikansi kurang dari 0,05 maka H_0 ditolak dan H_1 diterima. Ini berarti peningkatan kemampuan pemahaman matematis siswa SMK yang pembelajarannya menggunakan pendekatan *problem solving* lebih baik daripada yang menggunakan pembelajaran biasa.

Penelitian terhadap peningkatan kemampuan pemahaman juga dilakukan Hutajulu, M. (2010). Dalam penelitiannya yang berjudul, "Peningkatan Kemampuan Pemahaman dan Penalaran Matematik Siswa Sekolah Menengah Atas melalui Model Pembelajaran Inquiry Terbimbing", model pembelajaran yang dilakukan. Sedangkan Indriyani dan Masriyah (2016), dalam penelitiannya yang berjudul, "Penerapan Model Pembelajaran Ideal *Problem Solving* dalam Menyelesaikan Masalah Matematika pada Materi Keliling dan Luas Persegipanjang dan Persegi bagi Siswa Kelas VII SMP", menunjukkan bahwa pendekatan *problem solving* dapat meningkatkan hasil belajar siswa dalam berbagai kemampuan matematika bukan saja kemampuan pemahaman tetapi sampai pada kemampuan pemecahan masalah.

C. Implementasi

Proses pembelajaran di kelas sangat menentukan keberhasilan siswa dalam menguasai materi pembelajaran. Berikut uraian proses penerapan pendekatan *problem solving* pada kelas eksperimen:

1. Awal pembelajaran di kelas eksperimen yang menggunakan pendekatan *problem solving*. siswa dikelompokkan secara heterogen sesuai kemampuan siswa berdasarkan keterangan guru mata pelajaran matematika. Masing-masing kelompok terdiri dari 4-5 siswa. Kemudian guru menyampaikan tujuan pembelajaran dan memotivasi siswa.
2. Kegiatan inti

Kegiatan I: Memahami masalah

- a. Mengajukan masalah, dengan membagikan LKS yang berisikan masalah
- b. Meminta siswa mengamati (membaca) dan memahami masalah secara individu dan mengajukan pertanyaan terkait masalah yang disajikan.



Gambar 1
Guru meminta siswa untuk memahami masalah

Kegiatan II: Merencanakan Penyelesaian Masalah

- a. Guru meminta siswa untuk menyusun langkah-langkah pemecahan serta meminta siswa bekerja sama untuk menyelesaikan masalah.

- b. Berkeliling mencermati siswa bekerja, mencermati dan menemukan berbagai kesulitan yang dialami siswa, serta memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya hal-hal yang belum dipahami.



Gambar 2
Siswa menyusun rencana penyelesaian masalah

Kegiatan III: Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah

- a. Guru meminta siswa menyelesaikan masalah berdasarkan informasi/data terkait pada LKS yang telah diberikan dan rencana penyelesaian masalah.
- b. Guru membimbing penyelesaian masalah tersebut.



Gambar 3
Membimbing penyelesaian masalah

Kegiatan IV: Memeriksa kembali kebenaran hasil atau solusi

- a. Guru meminta siswa untuk memeriksa hasil penyelesaian masalah atau solusi yang didapat.
- b. Guru meminta siswa menyiapkan laporan hasil diskusi kelompok secara rapi, rinci, dan sistematis.
- c. Guru meminta salah seorang anggota kelompok mempresentasikan hasil penyelesaian masalah di depan kelas secara runtun, sistematis, santun dan hemat waktu.
- d. Guru meminta siswa untuk bertanya dan memeriksa penyelesaian masalah yang disajikan.

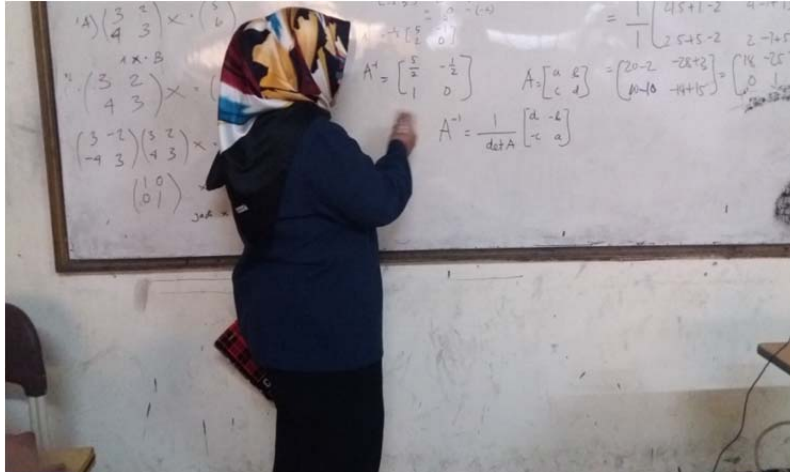


Gambar 4
Siswa mempresentasikan hasil penyelesaian masalah

3. Kegiatan Penutup

- a. Guru bersama siswa melakukan refleksi dari hasil pembelajaran yang telah berlangsung.
- b. Memberikan kesempatan pada siswa untuk bertanya apabila masih ada materi yang belum dimengerti

- c. Memberikan latihan soal sebagai pekerjaan rumah (PR).
- d. Menginformasikan materi untuk pertemuan berikutnya.
- e. Mengakhiri kegiatan belajar dengan mengucapkan salam



Gambar 5
Guru memberikan refleksi atas pembelajaran yang dilaksanakan

D. Analisa Kesulitan-kesulitan Siswa

Analisis kesulitan siswa bertujuan untuk mengetahui seberapa besar kesulitan siswa dalam pengerjaan soal yang diberikan. Analisis yang dilakukan berupa peninjauan ulang terhadap jawaban siswa pada saat soal postes yang berjumlah 5 soal, dengan memenuhi indikator-indikator yang berbeda.

1. Kelas Eksperimen

Berikut ini adalah hasil rekapitulasi kesulitan siswa setiap butir soal pada kelas eksperimen:

Tabel 4.10
Rekapitulasi Kesulitan Siswa Kelas Eksperimen

Indikator	No Soal	Menjawab Benar	Menjawab Kurang Tepat	Tidak Menjawab
-----------	---------	----------------	-----------------------	----------------

		Total	%	Total	%	Total	%
Mengenal berbagai makna dan interpretasi konsep matriks.	1	24	92,3	2	7,7	0	0
Menggunakan simbol-simbol matriks untuk merepresentasikan suatu konsep.	2	0	0	26	100	0	0
Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks dan mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.	3	7	26,9	15	57,7	4	15,4
Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks dan mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.	4	0	0	15	57,7	11	42,3
Membandingkan dan membedakan konsep-konsep matriks.	5	20	76,9	6	23,1	0	0

Pada kelas eksperimen, 92,3% siswa bisa menjawab soal nomor 1 dengan benar, Hal ini mengindikasikan bahwa siswa telah mengenal makna dan interpretasi konsep matriks dengan baik.

1. Diketahui $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ dan $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$(A - kI)$ maka determinan $k = \dots ?$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} - k \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-k & 4 \\ 3 & 1-k \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2-k & 4 \\ 3 & 1-k \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2-k & 4 \\ 3 & 1-k \end{bmatrix} \rightarrow \det = 0$

$$((2-k) \cdot (1-k)) - (4 \cdot 3) = 0$$

$$(2-k)(1-k) - 12 = 0$$

$$k^2 - 3k - 10 = 0$$

$$(k-5)(k+2) = 0$$

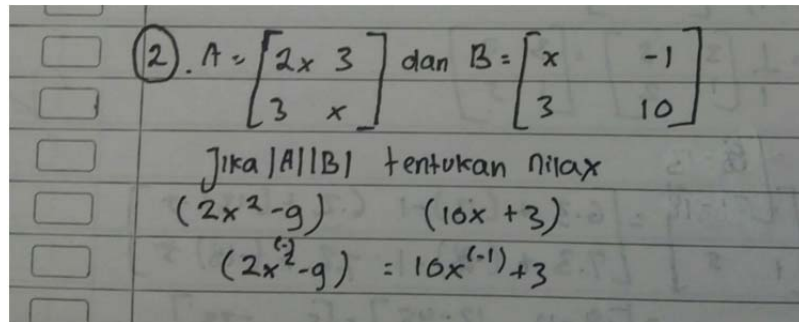
$$k = 5 \vee k = -2$$

Gambar 6

Siswa bisa mengerjakan dengan benar soal 1

Kesulitan mulai dirasakan pada soal 2. Pada soal ini siswa diharapkan mampu menggunakan simbol-simbol matriks untuk merepresentasikan suatu konsep matriks. Siswa tidak

dapat mengingat simbol determinan pada matriks. Sehingga sebagian besar siswa tidak dapat mengerjakan soal ini.



(2). $A = \begin{bmatrix} 2x & 3 \\ 3 & x \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} x & -1 \\ 3 & 10 \end{bmatrix}$

Jika $|A|/|B|$ tentukan nilai

$$\frac{(2x^2 - 9)}{(2x^2 - 9)} = \frac{(10x + 3)}{10x + 3}$$

Gambar 7
Siswa belum memahami simbol-simbol dalam matriks soal 2

Pada penyelesaian soal 3, siswa diharapkan mampu mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks dan mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks. Siswa yang mampu menyelesaikan soal ini dengan baik 26,9 % sedangkan tidak selesai mengerjakan soal 57,7 %. Hal ini disebabkan oleh sifat-sifat pada konsep matriks yang belum dipahami dengan baik. Salah satu faktor penyebabnya adalah siswa tidak bisa membedakan satu sifat dengan sifat lainnya. Kesalahan penulisan tampak pada siswa yang tidak mampu menyelesaikan soal ini.

Jika $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ maka carilah

a) $(AB)^{-1}$

b) $B^{-1}A^{-1}$

$$A \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \times B \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = AB \begin{bmatrix} 8+8 & 10+4 \\ 20+12 & 25+6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 16 & 14 \\ 32 & 31 \end{bmatrix}$$

$$\det AB = \begin{vmatrix} 16 & 14 \\ 32 & 31 \end{vmatrix} = (16 \cdot 31) - (14 \cdot 32) = 496 - 448 = 48$$

$$(AB)^{-1} = \frac{1}{\det AB} \begin{bmatrix} 31 & -14 \\ -32 & 16 \end{bmatrix} = \frac{1}{48} \begin{bmatrix} 31 & -14 \\ -32 & 16 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{31}{48} & -\frac{14}{48} \\ -\frac{32}{48} & \frac{16}{48} \end{bmatrix}$$

Gambar 8
Siswa dapat mendapatkan dengan hasil yang benar soal 3

Siswa yang sudah memahami konsep matriks menunjukkan pengerjaan yang benar dalam langkah-langkah penyelesaian masalah. Sedangkan siswa yang memahami konsep matriks dalam penulisan pun akan melakukan kesalahan.

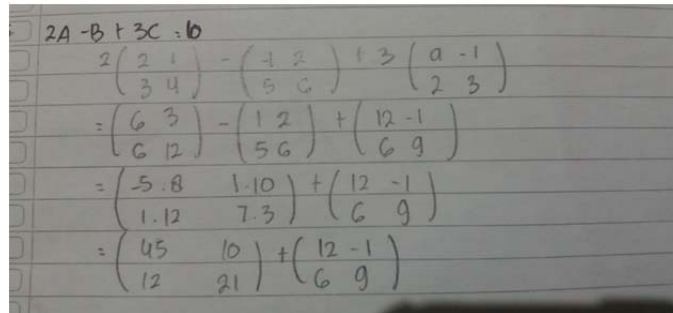
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

a. $(AB)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8+8 & 10+4 \\ 20+12 & 25+6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 14 \\ 32 & 31 \end{bmatrix}$

Gambar 9
Siswa belum memahami cara menyelesaikan soal 3

Pada soal 4, sebagian besar siswa tidak mampu mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks dan mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam

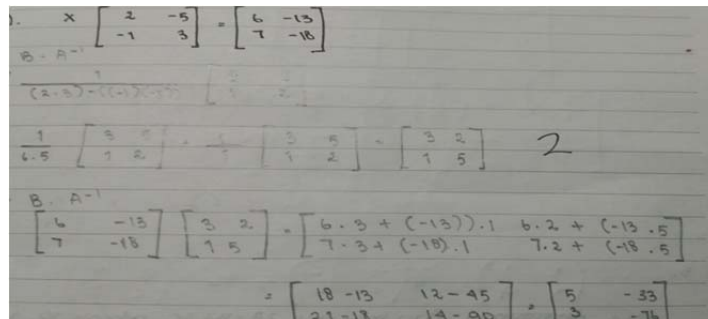
matriks. Siswa yang tidak mampu menyelesaikan soal ini 42,3% sedangkan tidak selesai mengerjakan soal 57,7%. Hal ini disebabkan siswa tidak mampu mengoperasikan perhitungan matriks yang sederhana, kemudian dikaitkan dengan sifat pada konsep matriks.



$$\begin{aligned}
 & 2A - B + 3C : b \\
 & 2 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} a & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \\
 & = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 6 & 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & -3 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} \\
 & = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 1 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 6 & 9 \end{pmatrix} \\
 & = \begin{pmatrix} 45 & 10 \\ 12 & 21 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & -1 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Gambar 10
Siswa tidak memahami konsep dengan baik soal 4

Berbeda dengan soal-soal sebelumnya, pada soal 5 siswa mampu mengerjakan dengan baik sebesar 76,9% dan tidak menyelesaikan 23,1%. Siswa bisa membandingkan dan membedakan konsep-konsep matriks dengan membedakan pengerjaan persamaan matriks. Siswa bisa menentukan matriks X yang diminta pada $A X = B$, dan pada $X A = B$



$$\begin{aligned}
 & X \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -13 \\ 7 & -18 \end{bmatrix} \\
 & B = A^{-1} \\
 & (2 \cdot 3) - ((-1) \cdot (-5)) = 6 - 5 = 1 \\
 & \frac{1}{6-5} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad 2 \\
 & B \cdot A^{-1} \\
 & \begin{bmatrix} 6 & -13 \\ 7 & -18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \cdot 3 + (-13) \cdot 1 & 6 \cdot 2 + (-13) \cdot 5 \\ 7 \cdot 3 + (-18) \cdot 1 & 7 \cdot 2 + (-18) \cdot 5 \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} 18 - 13 & 12 - 65 \\ 21 - 18 & 14 - 90 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -53 \\ 3 & -76 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Gambar 11
Siswa dapat mengerjakan dengan baik soal 5

2. Kelas Kontrol

Berikut ini adalah hasil rekapitulasi kesulitan siswa setiap butir soal pada kelas kontrol:

Tabel 4.11.
Rekapitulasi Kesulitan Siswa Kelas Kontrol

Indikator	No Soal	Menjawab		Menjawab		Tidak	
		Benar		Kurang Tepat		Menjawab	
		Total	%	Total	%	Total	%
Mengenal berbagai makna dan interpretasi konsep matriks.	1	19	79,2	4	16,7	1	4,1
Menggunakan simbol-simbol matriks untuk merepresentasikan suatu konsep.	2	0	0	16	67,7	8	33,3
Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks dan mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.	3	3	12,5	6	25	15	62,5
Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks dan mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.	4	15	62,5	8	33,3	1	4,2
Membandingkan dan membedakan konsep-konsep matriks.	5	7	29,2	11	45,8	6	25

Pada kelas kontrol, 79,6% siswa bisa menjawab soal nomor 1 dengan benar, sebesar 16,7% siswa tidak mengerjakan dengan tepat dan 4,1% atau 1 orang saja yang tidak mengerjakannya. Hal ini mengindikasikan bahwa siswa telah mengenal makna dan interpretasi konsep matriks dengan baik walaupun tidak sebaik siswa di kelas eksperimen.

Handwritten student work for problem 1. The student shows the subtraction of two matrices and the calculation of the determinant.

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-k & 4 \\ 3 & 1-k \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2-k & 4 \\ 3 & 1-k \end{vmatrix} \rightarrow ((2-k) \cdot (1-k)) - (4 \cdot 3) = 0$$

$$(2-k)(1-k) - 12 = 0$$

$$k^2 - 3k + 2 - 12 = 0$$

$$k^2 - 3k - 10 = 0$$

$$(k-5)(k+2) = 0$$

$$k = 5$$

$$k = -2$$

4

Gambar 12
Siswa bisa mengerjakan dengan benar soal 1

Sama halnya dengan kelas eksperimen, pada kelas kontrol siswa mulai mengalami kesulitan pada soal 2. Pada soal ini siswa diharapkan mampu menggunakan simbol-simbol matriks untuk merepresentasikan suatu konsep matriks. Siswa tidak dapat mengingat simbol determinan pada matriks. Sehingga 67,7% siswa tidak dapat menyelesaikan soal ini dan 33,3% tidak mengerjakannya. Materi matriks merupakan materi baru yang sebelumnya tidak didapatkan.

Handwritten student work for problem 2. The student shows the multiplication of two matrices and the calculation of the determinant.

$$A = \begin{pmatrix} 2x & 3 \\ 3 & x \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} x & -1 \\ 3 & x \end{pmatrix}$$

$$(2x \cdot x - 3 \cdot 3) \quad (x \cdot x + 3)$$

$$(2x^2 - 9) = (x^2 + 3)$$

$$= -7$$

Gambar 13
Siswa belum memahami simbol-simbol dalam matriks soal 2

Pada penyelesaian soal 3, siswa diharapkan mampu mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks dan mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.

Namun 62,5% siswa tidak mengerjakan soal ini. 12,5% saja siswa yang mampu menyelesaikan soal ini dengan baik sedangkan tidak selesai mengerjakan soal 25%. Hal ini disebabkan oleh sifat-sifat pada konsep matriks yang belum dipahami dengan baik. Salah satu faktor penyebabnya adalah siswa tidak bisa membedakan satu sifat dengan sifat lainnya. Kesalahan penulisan tampak pada siswa yang tidak mampu menyelesaikan soal ini.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(AB)^{-1}$$

$$A = \begin{pmatrix} 24 & -250 & 10 & -16 \\ 20 & -20 & 25 & -24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 0 \\ 10 & 21 \end{pmatrix}$$

Gambar 14
Siswa belum memahami cara menyelesaikan soal 3

Berbeda dengan kelas eksperimen, pada soal 4, sebagian besar siswa mampu mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks dan mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks. Siswa yang mampu menyelesaikan soal ini dengan baik 62,5% sedangkan tidak selesai mengerjakan soal 33,3%, dan hanya 4,2% yang tidak mengerjakan soal ini. Hal ini disebabkan siswa mampu mengopersikan perhitungan matriks yang sederhana, kemudian dikaitkan dengan sifat pada konsep matriks.

Dik: $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

Bila, det dari matriks $2A - B + 3C$ adalah 10.

Dit: Tentukan nilai a ?

Jawab:

$$2 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} a & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = 10$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3a & -3 \\ 6 & 9 \end{bmatrix} = 10$$

$$= \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3a & -3 \\ 6 & 9 \end{bmatrix} = 10$$

$$= \begin{bmatrix} 5+3a & -3 \\ 7 & 11 \end{bmatrix} = 10$$

$$ad - bc = ((5+3a) \cdot 11) - (-3 \cdot 7) = 10$$

$$= 55 + 33a + 21 = 10$$

$$33a = 10 - 76$$

$$33a = -66$$

$$a = \frac{-66}{33} = -2$$

Gambar 15
Siswa memahami konsep dengan baik soal 4

$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

Det $2A - B + 3C = 10 \cdot a =$

$$= 2 \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} a & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = 10$$

Gambar 16
Siswa tidak memahami konsep dengan baik soal 4

Pada kelas kontrol, soal 5 tidak semudah soal 4, siswa mampu mengerjakan dengan baik sebesar 29,2%, sebesar 45,8% tidak mengerjakan dengan tepat dan tidak menyelesaikan 25%. Siswa belum mampu membandingkan dan membedakan konsep-konsep matriks dengan membedakan pengerjaan persamaan matriks. Siswa mengalami kebingungan dalam menentukan matriks X yang diminta pada $A X = B$, dan pada $X A = B$

$$\begin{aligned}
 a) & \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -13 \\ 7 & 18 \end{bmatrix} \\
 & X = B \cdot A^{-1} \\
 & A^{-1} = \frac{1}{(2 \cdot 3) - ((-1) \cdot (-3))} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \\
 & = \frac{1}{6 - 3} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{bmatrix} \\
 & 0) X = B \cdot A^{-1}
 \end{aligned}$$

Gambar 17
Siswa tidak dapat mengerjakan dengan baik soal 5

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan analisis data dan pembahasan pada bab-bab sebelumnya , maka disimpulkan:

1. Pencapaian kemampuan pemahaman matematik siswa sekolah menengah kejuruan yang menggunakan pendekatan *problem solving* lebih baik dari pada siswa yang menggunakan pembelajaran biasa.
2. Peningkatan kemampuan pemahaman matematik siswa sekolah menengah kejuruan yang menggunakan pendekatan *problem solving* lebih baik dari pada siswa yang menggunakan pembelajaran biasa.
3. Implementasi langkah-langkah pembelajaran dengan menggunakan pendekatan *problem solving* di lapangan sudah terlaksana baik, sesuai dengan langkah-langkah pendekatan *problem solving* yang telah diterapkan di dalam rencana pembelajaran dan menjadikan siswa lebih memahami konsep matematik.
4. Kesulitan siswa pada umumnya terletak pada indikator menggunakan simbol-simbol matriks untuk merepresentasikan suatu konsep dan mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks dan mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.

B. Saran

Berdasarkan kesimpulan penelitian ini, maka penulis mengemukakan beberapa saran sebagai berikut:

1. Pembelajaran dengan pendekatan *problem solving* dapat menjadi salah satu alternatif pembelajaran di kelas untuk meningkatkan kemampuan pemahaman matematik.
2. Implementasi pembelajaran menggunakan pendekatan *problem solving* sangat baik digunakan untuk materi-materi baru yang belum pernah didapatkan pada jenjang pendidikan sebelumnya.
3. Pendekatan *problem solving* ini baik digunakan melalui model pembelajaran kooperatif sehingga siswa lebih aktif dalam pembelajaran.

Satuan Pendidikan : SMK
Mata Pelajaran : Matematika - Wajib

Kelas : XI

Kompetensi Inti :

- KI 1 : Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
- KI 2 : Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggungjawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
- KI 3 : Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
- KI 4 : Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.

Kompetensi Dasar	Materi Pokok	Pembelajaran	Penilaian	Alokasi Waktu	Sumber Belajar
3.4 Mendeskripsikan dan menganalisis konsep dasar operasi matriks dan sifat-sifat operasi matriks serta menerapkannya dalam pemecahan masalah.	Matriks	Mengamati Membaca dan mengamati operasi matriks, dan sifat-sifatnya, serta pemanfaatan nilai determinan atau invers matriks dalam pemecahan masalah nyata.	Tugas - Membaca dan mengamati operasi matriks, dan sifat-sifatnya, serta pemanfaatan nilai determinan atau invers matriks dalam pemecahan masalah nyata. - Mengerjakan latihan soal-	8 jam pelajaran	- Buku Teks Pelajaran Matematika kelas XI. - Buku referensi dan artikel. - Internet.
4.2 Memadu berbagai konsep dan aturan operasi matriks dan menyajikan model		Menanya Membuat pertanyaan mengenai operasi matriks, dan sifat-sifatnya, serta pemanfaatan nilai determinan atau invers matriks dalam pemecahan masalah nyata.			
		Mengeksplorasi Menentukan unsur-unsur yang			

Kompetensi Dasar	Materi Pokok	Pembelajaran	Penilaian	Alokasi Waktu	Sumber Belajar
matematika dari suatu masalah nyata dengan memanfaatkan nilai determinan atau invers matriks dalam pemecahannya.		terdapat pada operasi matriks, dan sifat-sifatnya, serta pemanfaatan nilai determinan atau invers matriks dalam pemecahan masalah nyata. Mengasosiasi Menganalisis dan membuat kategori unsur-unsur yang terdapat pada operasi matriks, dan sifat-sifatnya, serta pemanfaatan nilai determinan atau invers matriks dalam pemecahan masalah nyata sehingga dapat dibuat kesimpulan mengenai cara menyelesaikan operasi matriks dengan menggunakan sifat-sifatnya, serta pemanfaatan nilai determinan atau invers matriks dalam pemecahan masalah nyata. Mengomunikasikan Menyampaikan cara menyelesaikan operasi matriks dengan menggunakan sifat-sifatnya, serta pemanfaatan nilai determinan atau invers matriks dalam pemecahan masalah nyata dengan lisan, dan tulisan.	soal mengenai operasi matriks dengan menggunakan sifat-sifatnya, serta pemanfaatan nilai determinan atau invers matriks dalam pemecahan masalah nyata. Portofolio Menyusun dan membuat rangkuman dari tugas-tugas yang sudah diselesaikan, kemudian membuat refleksi diri. Tes Tes tertulis bentuk uraian mengenai operasi matriks dengan menggunakan sifat-sifatnya, serta pemanfaatan nilai determinan atau invers		

Kompetensi Dasar	Materi Pokok	Pembelajaran	Penilaian	Alokasi Waktu	Sumber Belajar
			matriks dalam pemecahan masalah nyata.		

KISI-KISI INSTRUMEN TES KEMAMPUAN PEMAHAMAN MATEMATIS SISWA SMK

KELAS/ Semester : XI SMK / ganjil

Materi : Matriks

No	Kompetensi Dasar (Kurikulum 2013 revisi 2016)	Indikator (NCTM)	Soal	Skor
1	3.5 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose	Mengenal berbagai makna dan interpretasi konsep matriks.	Diketahui $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ dan $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ jika $(A - kI)$ adalah matriks singular maka tentukan nilai k !	0 – 4
2		Menggunakan simbol-simbol matriks untuk merepresentasikan suatu	Diketahui $A = \begin{pmatrix} 2x & 3 \\ 3 & x \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} x & -1 \\ 3 & 10 \end{pmatrix}$. Jika $ A = B $, maka tentukan nilai x !	0 – 4

		konsep.		
3	4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3	Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks dan mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.	Jika $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ maka carilah ! a). $(AB)^{-1}$ b). $B^{-1}A^{-1}$	0 – 4
4	3.6 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 .		Diberikan Matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Jika determinan dari matriks $2A - B + 3C$ adalah 10, tentukan nilai a adalah.....	0 – 4
5		Membandingkan dan membedakan konsep-konsep matriks.	Carilah nilai x ,y dan z pada sistem persamaan linier berikut dengan cara matriks ! $\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 8 \\ 3x + 4y - 2z = 5 \\ x + 2y + 2z = 11 \end{cases}$	0 – 4

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (Pengertian Matriks)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 1)

A. KOMPETENSI INTI:

- KI-1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
- KI-2. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
- KI-3. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
- KI-4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

B. KOMPETENSI DASAR

3.5 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose

C. INDIKATOR

1. Mengenal berbagai makna dan interpretasi konsep matriks.

D. TUJUAN PEMBELAJARAN

Melalui proses mengamati, menanya, mengumpulkan informasi, mengolah informasi, dan mengkomunikasikan hasil mengolah informasi dalam penugasan individu ataupun kelompok, diharapkan:

1. Siswa dapat memahami konsep matriks, berdasarkan konsep matriks dengan cermat melalui proses mengamati;
2. Siswa dapat menuliskan informasi dalam bentuk matriks, berdasarkan konsep matriks dengan baik melalui proses mengumpulkan informasi;
3. Siswa dapat memahami jenis-jenis matriks, berdasarkan konsep matriks dengan cermat melalui proses mengamati;
4. Siswa dapat menentukan transpose matriks, berdasarkan konsep matriks dengan teliti melalui proses diskusi.

E. MATERI PEMBELAJARAN

Fakta

Konsep matriks dapat digunakan untuk membantu penyelesaian masalah transportasi. Selain itu, matriks dapat digunakan untuk menuliskan hasil sementara dari pertandingan (misalkan: Liga Inggris, Liga Spanyol, Liga Italia, maupun Liga Indonesia). Daftar hasil pertandingan itu telah meliputi aturan pada matriks, yaitu yang diatur pada baris dan kolom.

Konsep

Definisi Matriks

Matriks adalah suatu susunan elemen-elemen (bilangan atau huruf) berbentuk persegi atau persegi panjang yang diatur pada baris dan kolom serta ditempatkan dalam tanda kurung (kurung biasa atau kurung siku).

Bentuk umum matriks

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & a_{ij} & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Keterangan:

- a. a_{12} adalah elemen baris ke-1 dan kolom ke-2;

- b. Elemen-elemen: $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}$ disebut elemen-elemen penyusun baris 1;
- c. Elemen-elemen: $a_{12}, a_{22}, \dots, a_{m2}$ disebut elemen-elemen penyusun kolom 2;
- d. Dan a_{ij} adalah elemen baris ke- i dan kolom ke- j dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Prosedur

Jenis-Jenis Matriks

1. Jenis Matriks Ditinjau dari Banyaknya Baris dan Kolom Penyusunnya
 - a. Matriks baris, yaitu matriks yang hanya memiliki satu baris;
 - b. Matriks kolom, yaitu matriks yang hanya memiliki satu kolom;
 - c. Matriks bujur sangkar, yaitu matriks yang banyak baris dan kolomnya sama.
2. Jenis Matriks Ditinjau dari Elemen-Elemen Penyusunnya
 - a. Matriks Diagonal, yaitu matriks persegi yang semua elemennya adalah nol, kecuali elemen pada diagonalnya tidak semuanya bernilai nol, yaitu a_{ij} untuk $i = j$.
 - b. Matriks Identitas
 - 1) Matriks O , disebut matriks identitas terhadap penjumlahan jika untuk sembarang matriks B , berlaku $B + O = O + B = B$. Dan itu hanya dipenuhi apabila matriks O adalah matriks nol, yaitu suatu matriks yang semua elemennya bernilai nol.
 - 2) Matriks I , disebut matriks identitas terhadap perkalian jika untuk sembarang matriks A berlaku $AI = A = IA$.
 - c. Matriks Segitiga Atas dan Matriks Segitiga Bawah
 - 1) Matriks Segitiga Atas, yaitu matriks persegi yang semua elemen di bawah diagonalnya bernilai nol.
 - 2) Matriks Segitiga Bawah, yaitu matriks persegi yang semua elemen di atas diagonalnya bernilai nol.

Transpose Suatu Matriks

Misalkan A adalah suatu matriks dengan ordo $(m \times n)$. Dari matriks A ini kita dapat membentuk suatu matriks baru yang diperoleh dengan cara:

- 1) Mengubah baris ke- i matriks A menjadi kolom ke- i matriks baru, dan;
- 2) Mengubah kolom ke- j matriks A menjadi baris ke- j matriks baru.

F. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : *Problem Solving*

Metode : Diskusi

G. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

H. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

A. Pendahuluan : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Memberi salam dan mengajak siswa untuk berdoa sebelum memulai pembelajaran.	Menjawab salam dan berdoa bersama.
Mengecek kehadiran siswa sebagai proses awal pengenalan dengan siswa.	Mendengarkan dan mengacungkan tangan.
Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai	Menyimak
Menjelaskan prosedur pembelajaran yang akan dilaksanakan.	
Guru meminta siswa membentuk kelompok yang beranggotakan 4-5 orang heterogen.	
Memotivasi siswa untuk terlibat aktif dalam kegiatan pembelajaran dan menguasai materi dengan baik.	

B. Kegiatan Inti : 60 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Kegiatan I: Memahami Masalah 1. Mengajukan masalah, dengan membagikan LKS yang berisikan masalah 2. Meminta siswa mengamati (membaca) dan memahami masalah secara individu dan mengajukan pertanyaan terkait masalah yang disajikan.	Mengamati, bertanya memberikan pendapat dan mencatat
Kegiatan II: Merencanakan Penyelesaian Masalah 1. Guru meminta siswa untuk menyusun langkah-langkah pemecahan serta meminta siswa bekerja sama untuk menyelesaikan masalah. 2. Berkeliling mencermati siswa bekerja, mencermati dan menemukan berbagai kesulitan yang dialami siswa, serta memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya hal-hal yang belum dipahami.	Duduk berkelompok dan merencanakan pengerjaan LKS.
Kegiatan III: Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah 1. Guru meminta siswa menyelesaikan masalah berdasarkan informasi/data terkait pada LKS yang telah diberikan dan rencana penyelesaian masalah. 2. Guru membimbing penyelesaian masalah tersebut.	Mulai mengerjakan LKS.
Kegiatan IV: Memeriksa kembali kebenaran hasil atau solusi 1. Guru meminta siswa untuk memeriksa hasil penyelesaian masalah atau solusi yang didapat. 2. Guru meminta siswa menyiapkan laporan hasil diskusi kelompok secara rapi, rinci, dan sistematis.	Memeriksa hasil penyelesaian masalah Menyusun laporan hasil diskusi dan mempresentasikannya di depan kelas

3. Guru meminta salah seorang anggota kelompok mempresentasikan hasil penyelesaian masalah di depan kelas secara runtun, sistematis, santun dan hemat waktu.	
4. Guru meminta siswa untuk bertanya dan memeriksa penyelesaian masalah yang disajikan.	

C. Penutup : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Bersama-sama melakukan refleksi dari hasil pembelajaran yang telah berlangsung.	Menyimpulkan
Memberikan kesempatan pada siswa untuk bertanya apabila masih ada materi yang belum dimengerti	Bertanya
Memberikan latihan soal sebagai pekerjaan rumah (PR).	Mencatat
Menginformasikan materi untuk pertemuan berikutnya.	Menyimak dan mencatat
Mengakhiri kegiatan belajar dengan mengucapkan salam	Menjawab salam

H. PENILAIAN

- Teknik Penilaian: Tes
- Bentuk Instrumen: Uraian

I. INSTRUMEN

- Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

- Tentukan anggota-anggota baris kedua!
 - Tentukanlah anggota-anggota kolom ketiga!
- Tentukan ordo dari matriks A di atas!

- Diketahui hasil pertandingan sepak bola Liga Spanyol pada pekan ke 10 periode Tahun 2015-2016 untuk 5 klub yang berada di papan atas klasemen sementara, sebagai berikut:

Kesebelasan	Main	Menang	Seri	Kalah
Barcelona	10	2	3	5
Atletico Madrid	10	2	3	5
Real Madrid	10	1	5	4
Malaya	10	2	2	6
Real Betis	10	1	3	6

- Buatlah data di atas ke dalam bentuk matriks ke dalam notasi L .
 - Sebutkan semua bilangan dalam baris ke empat!
- Sebutkan semua bilangan dalam kolom pertama!

3. Di bawah ini manakah yang disebut matriks diagonal, matriks persegi, dan matriks segitiga atas:

a. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} -3 & 2 & 4 & 6 \\ 0 & 7 & 2 & -9 \\ 0 & 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$

4. Diberikan matriks $K = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 8 \\ 2 & 6 & 5 & -7 \\ -5 & 4 & 0 & 9 \end{bmatrix}$ maka transpose matriks K adalah ...

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (Kesamaan Matriks)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 2)

J. KOMPETENSI INTI:

- KI-5. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
- KI-6. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
- KI-7. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
- KI-8. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

K. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

3.5 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose

L. INDIKATOR

1. Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep kesamaan matriks

M. TUJUAN PEMBELAJARAN

Melalui proses mengamati, menanya, mengumpulkan informasi, mengolah informasi, dan mengkomunikasikan hasil mengolah informasi dalam penugasan individu ataupun kelompok, diharapkan:

5. Siswa dapat menentukan kesamaan dua matriks, berdasarkan konsep matriks dengan teliti melalui proses menganalisis.

N. MATERI PEMBELAJARAN

Konsep

Definisi Matriks

Matriks adalah suatu susunan elemen-elemen (bilangan atau huruf) berbentuk persegi atau persegi panjang yang diatur pada baris dan kolom serta ditempatkan dalam tanda kurung (kurung biasa atau kurung siku).

Bentuk umum matriks

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & a_{ij} & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Keterangan:

- a_{12} adalah elemen baris ke-1 dan kolom ke-2;
- Elemen-elemen: $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}$ disebut elemen-elemen penyusun baris 1;
- Elemen-elemen: $a_{12}, a_{22}, \dots, a_{m2}$ disebut elemen-elemen penyusun kolom 2;
- Dan a_{ij} adalah elemen baris ke- i dan kolom ke- j dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Kesamaan Dua Matriks

Definisi: Misalkan $A = (a_{ij})$ dan $B = (b_{ij})$ adalah dua buah matriks yang berordo sama. Matriks A dikatakan sama dengan matriks B jika elemen-elemen yang seletak pada kedua matriks bernilai sama.

O. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : *Problem Solving*

Metode : Diskusi

P. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

Q. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

D. Pendahuluan : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Memberi salam dan mengajak siswa untuk berdoa sebelum memulai pembelajaran.	Menjawab salam dan berdoa bersama.
Mengecek kehadiran siswa sebagai proses awal pengenalan dengan siswa.	Mendengarkan dan mengacungkan tangan.
Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai	Menyimak
Menjelaskan prosedur pembelajaran yang akan dilaksanakan.	
Guru meminta siswa membentuk kelompok yang beranggotakan 4-5 orang heterogen.	
Memotivasi siswa untuk terlibat aktif dalam kegiatan pembelajaran dan menguasai materi dengan baik.	

E. Kegiatan Inti : 60 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Kegiatan I: Memahami Masalah 3. Mengajukan masalah, dengan membagikan LKS yang berisikan masalah 4. Meminta siswa mengamati (membaca) dan memahami masalah secara individu dan mengajukan pertanyaan terkait masalah yang disajikan.	Mengamati, bertanya memberikan pendapat dan mencatat
Kegiatan II: Merencanakan Penyelesaian Masalah 3. Guru meminta siswa untuk menyusun langkah-langkah pemecahan serta meminta siswa bekerja sama untuk menyelesaikan masalah. 4. Berkeliling mencermati siswa bekerja, mencermati dan menemukan berbagai kesulitan yang dialami siswa, serta memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya hal-hal yang belum dipahami.	Duduk berkelompok dan merencanakan pengerjaan LKS.
Kegiatan III: Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah 3. Guru meminta siswa menyelesaikan masalah berdasarkan	Mulai mengerjakan LKS.

informasi/data terkait pada LKS yang telah diberikan dan rencana penyelesaian masalah. 4. Guru membimbing penyelesaian masalah tersebut.	
Kegiatan IV: Memeriksa kembali kebenaran hasil atau solusi 5. Guru meminta siswa untuk memeriksa hasil penyelesaian masalah atau solusi yang didapat. 6. Guru meminta siswa menyiapkan laporan hasil diskusi kelompok secara rapi, rinci, dan sistematis. 7. Guru meminta salah seorang anggota kelompok mempresentasikan hasil penyelesaian masalah di depan kelas secara runtun, sistematis, santun dan hemat waktu. 8. Guru meminta siswa untuk bertanya dan memeriksa penyelesaian masalah yang disajikan.	Memeriksa hasil penyelesaian masalah Menyusun laporan hasil diskusi dan mempresentasikannya di depan kelas

F. Penutup : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Bersama-sama melakukan refleksi dari hasil pembelajaran yang telah berlangsung.	Menyimpulkan
Memberikan kesempatan pada siswa untuk bertanya apabila masih ada materi yang belum dimengerti	Bertanya
Memberikan latihan soal sebagai pekerjaan rumah (PR).	Mencatat
Menginformasikan materi untuk pertemuan berikutnya.	Menyimak dan mencatat
Mengakhiri kegiatan belajar dengan mengucapkan salam	Menjawab salam

H. PENILAIAN

- c. Teknik Penilaian: Tes
- d. Bentuk Instrumen: Uraian
- e. Kisi-kisi:

R. INSTRUMEN

1. Periksalah kesamaan dua buah matriks berikut!

a. $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ \sqrt{9} & 2 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} \frac{6}{2} & -1 \\ 3 & \sqrt{4} \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

2. Diketahui matriks A dan B berordo 3x3

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} x & x+y & y+z \\ z-a & b & b+2c \\ x+d & y-e & e+f \end{pmatrix}$$

Jika $A = B$, tentukan nilai a, b, c, d, e, f, x, y dan z .

1. Tentukan :

$$\begin{bmatrix} -a & b+2 \\ c-4 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -7 \\ -4 & a-1 \end{bmatrix}.$$

Nilai $a + b + c + d$ adalah

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (Operasi Matriks)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 3)

S. KOMPETENSI INTI:

- KI-9. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
- KI-10. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
- KI-11. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
- KI-12. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

T. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

3.5 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose

U. INDIKATOR

1. Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks
2. Mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.

V. TUJUAN PEMBELAJARAN

1. Siswa dapat memahami prosedur operasi pada matriks.
2. Siswa dapat menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya

W. MATERI PEMBELAJARAN

1. Operasi Matriks dan Sifat-sifatnya
 - a. Penjumlahan dan Pengurangan dua Matriks

Penjumlahan Matriks, Jika $A + B = C$, maka elemen-elemen C diperoleh dari penjumlahan elemen-elemen A dan B yang seletak, yaitu $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ untuk C pada baris ke- i dan kolom ke- j . sehingga, matriks A dan B dapat dijumlahkan apabila kedua matriks memiliki ordo yang sama.

$$\text{Contoh } A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ maka } A + B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} = C$$

Sifat-sifat penjumlahan matriks

1. $A+B = B+A$ (Komutatif)
2. $A+(B+C) = (A+B)+C$ (Assosiatif)
3. $A+O = O+A = A$
4. $(A+B)^T = A^T+B^T$
5. Ada B sedemikian hingga $A + B = B + A = 0$ yaitu $B = -A$

Pengurangan matriks, jika $A - B = C$, maka elemen-elemen C diperoleh dari pengurangan elemen-elemen A dan B yang seletak, yaitu $c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$ atau pengurangan dua matriks dapat dipandang sebagai penjumlahan matriks yaitu $A + (-B)$

$$\text{Contoh: } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ maka } A - B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

b. Perkalian matriks dengan skalar.

Perkalian sebuah matriks dengan skalar, maka setiap unsur matriks tersebut terkalikan dengan skalar. Misalkan matriks A dikalikan dengan suatu bilangan real k maka kA diperoleh dari hasil kali setiap elemen A dengan k.

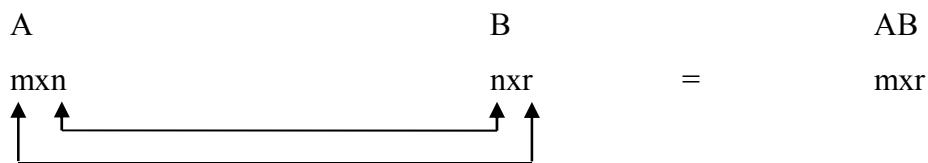
Contoh: $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ maka $3A = 3 \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 9 & 6 \end{bmatrix}$

Jika a dan b bilangan real (skalar) dan matriks A dan matriks B merupakan dua matriks dengan ordo sama sehingga dapat dilakukan operasi hitung. Maka berlaku sifat-sifat perkalian matriks dengan skalar:

1. $a(A+B) = aA+aB$
2. $a(A-B) = aA-aB$
3. $(a+b)B = aB+bB$
4. $(a-b)B = aB-bB$
5. $(ab)B = a(bB)$
6. $(aB)^T = aB^T$

c. Perkalian Dua Matriks

Dua buah matriks atau lebih (misal matriks AB) dapat dikalikan jika dan hanya jika jumlah kolom pada matriks A sama dengan jumlah baris pada matriks B. jadi $A_{m \times n} B_{n \times r}$ bias didefinisikan, tapi $B_{n \times r} A_{m \times n}$ tidak dapat didefinisikan.



sehingga hasil kali matriks AB berordo mxr.

Catatan:

- Perkalian 2 matriks AB dapat didefinisikan, jika **banyaknya kolom matriks A = banyaknya baris matriks B.**
- Hasil kali dua matriks AB adalah suatu matriks dengan banyaknya baris = banyaknya baris matriks A dan banyaknya kolom = banyaknya kolom matriks B.
- Pada umumnya $AB \neq BA$
- Apabila A suatu matriks persegi maka $A^2 = A.A$; $A^3 = A^2.A$;

$A^4 = A^3 \cdot A$ dan seterusnya.

- Apabila $AB=BC$ maka tidak dapat disimpulkan bahwa $A = C$.
- Apabila $AB=0$ maka tidak dapat disimpulkan bahwa $A=0$ atau $B=0$

Contoh perkalian matriks:

1. Perkalian matriks berordo $1 \times a$ dengan $a \times 1$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, A_{1 \times 3} B_{3 \times 1} = [(1 \times 3) + (2 \times 2) + (3 \times 1)]$$

$$= [10]$$

Hasil kalinya merupakan matriks berordo 1×1 .

2. Perkalian matriks berordo $a \times 1$ dengan $1 \times a$

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, A_{3 \times 1} B_{1 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 \times 1 & 1 \times 2 & 1 \times 3 \\ 2 \times 1 & 2 \times 2 & 2 \times 3 \\ 3 \times 1 & 3 \times 2 & 3 \times 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

Hasil kalinya merupakan matriks berordo 3×3 .

3. Perkalian matriks berordo $m \times n$ dengan matriks $n \times r$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A_{2 \times 2} B_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} (2 \times 1) + (5 \times 3) & (2 \times 2) + (5 \times 1) & (2 \times 3) + (5 \times 2) \\ (1 \times 1) + (3 \times 3) & (1 \times 2) + (3 \times 1) & (1 \times 3) + (3 \times 2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 17 & 9 & 16 \\ 9 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat perkalian matriks dengan matriks antara lain :

1. $A(BC) = (AB)C$
2. $A(B+C) = AB + AC$
3. $(B+C)A = BA + CA$
4. $A(B-C) = AB - AC$
5. $(B-C)A = BA - CA$
6. $a(BC) = (aB)C = B(aC)$

$$7. AI = IA = A$$

2. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : *Problem Solving*

Metode : Diskusi

3. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

4. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

G. Pendahuluan : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Memberi salam dan mengajak siswa untuk berdoa sebelum memulai pembelajaran.	Menjawab salam dan berdoa bersama.
Mengecek kehadiran siswa sebagai proses awal pengenalan dengan siswa.	Mendengarkan dan mengacungkan tangan.
Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai	Menyimak
Menjelaskan prosedur pembelajaran yang akan dilaksanakan.	
Guru meminta siswa membentuk kelompok yang beranggotakan 4-5 orang heterogen.	
Memotivasi siswa untuk terlibat aktif dalam kegiatan pembelajaran dan menguasai materi dengan baik.	

H. Kegiatan Inti : 60 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Kegiatan I: Memahami Masalah 5. Mengajukan masalah, dengan membagikan LKS yang berisikan masalah 6. Meminta siswa mengamati (membaca) dan memahami masalah secara individu dan mengajukan pertanyaan terkait masalah yang disajikan.	Mengamati, bertanya memberikan pendapat dan mencatat
Kegiatan II: Merencanakan Penyelesaian Masalah 5. Guru meminta siswa untuk menyusun langkah-langkah pemecahan serta meminta siswa bekerja sama untuk menyelesaikan masalah. 6. Berkeliling mencermati siswa bekerja, mencermati dan menemukan berbagai kesulitan yang dialami siswa, serta	Duduk berkelompok dan merencanakan pengerjaan LKS.

memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya hal-hal yang belum dipahami.	
Kegiatan III: Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah 5. Guru meminta siswa menyelesaikan masalah berdasarkan informasi/data terkait pada LKS yang telah diberikan dan rencana penyelesaian masalah. 6. Guru membimbing penyelesaian masalah tersebut.	Mulai mengerjakan LKS.
Kegiatan IV: Memeriksa kembali kebenaran hasil atau solusi 9. Guru meminta siswa untuk memeriksa hasil penyelesaian masalah atau solusi yang didapat. 10. Guru meminta siswa menyiapkan laporan hasil diskusi kelompok secara rapi, rinci, dan sistematis. 11. Guru meminta salah seorang anggota kelompok mempresentasikan hasil penyelesaian masalah di depan kelas secara runtun, sistematis, santun dan hemat waktu. 12. Guru meminta siswa untuk bertanya dan memeriksa penyelesaian masalah yang disajikan.	Memeriksa hasil penyelesaian masalah Menyusun laporan hasil diskusi dan mempresentasikannya di depan kelas

I. Penutup : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Bersama-sama melakukan refleksi dari hasil pembelajaran yang telah berlangsung.	Menyimpulkan
Memberikan kesempatan pada siswa untuk bertanya apabila masih ada materi yang belum dimengerti	Bertanya
Memberikan latihan soal sebagai pekerjaan rumah (PR).	Mencatat
Menginformasikan materi untuk pertemuan berikutnya.	Menyimak dan mencatat
Mengakhiri kegiatan belajar dengan mengucapkan salam	Menjawab salam

H. PENILAIAN

- f. Teknik Penilaian: Tes
- g. Bentuk Instrumen: Uraian
- h. Kisi-kisi:

I. INSTRUMEN

1. Ditentukan matriks-matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, carilah matriks

$$b. \quad 2A$$

$$b. \quad -2B$$

$$c. \quad \frac{2}{5}(A+B)$$

$$d. \quad (5A-2B)^t$$

2. Jika H adalah matriks berordo 3x3, tentukan matriks H dari persamaan berikut:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 0 & 4 \\ 6 & -7 & 8 \end{pmatrix} - 5H = \begin{pmatrix} -3 & -8 & 15 \\ 4 & 20 & -11 \\ 1 & -2 & -12 \end{pmatrix}$$

3. Tentukan hasil perkalian matriks berikut:

$$a. \quad \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$b. \quad \begin{pmatrix} 4 & 8 & -9 \\ 1 & -6 & 4 \\ -3 & 6 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 9 & 7 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$c. \quad \begin{pmatrix} -6 & 3 \\ 3 & 6 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Ditentukan matriks-matriks $P = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ dan $R = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$. Carilah matriks $P(QR)$, $(PQ)R$, $(PQ)^t$ dan $P^t Q^t$

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (Determinan dan Invers Matriks 2×2)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 4)

X. KOMPETENSI INTI:

KI-13. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

KI-14. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI-15. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI-16. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

Y. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

Z. INDIKATOR

3. Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks
4. Mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.

AA. TUJUAN PEMBELAJARAN

3. Siswa dapat memahami prosedur operasi pada matriks.
4. Siswa dapat menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya

BB. MATERI PEMBELAJARAN

a. Determinan.

Untuk setiap matriks persegi terdapat suatu bilangan tertentu yang disebut determinan. Determinan matriks adalah jumlah semua hasil perkalian elementer yang bertanda dari A dan dinyatakan dengan $\det(A)$ atau $|A|$ (Howard Anton, 1991 : hal 67).

Yang diartikan dengan sebuah hasil perkalian elementer bertanda dari suatu matriks A adalah sebuah hasil perkalian elementer pada suatu kolom dengan +1 atau -1.

Untuk mengetahui tanda +1 atau -1 dalam menentukan determinan suatu matriks yaitu dengan menggunakan permutasi sesuai besar peringkat matriks tersebut dan ada atau tidaknya invers pada hasil permutasi peringkat matriks tersebut.

Invers terjadi pada suatu permutasi jika terdapat bilangan yang lebih besar mendahului bilangan yang lebih kecil pada kolom. Jika banyak invers genap dan nol maka tanda +1 dan jika banyak invers ganjil maka tanda -1.

Misal :

1. Determinan untuk ordo 2x2 maka bentuk matriks seperti ini :

$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ permutasi dari bilangan bulat 1 dan 2 diambil bersama adalah $2! = 2$ yaitu 1 2 dan 2 1 (untuk kolom) sedangkan baris menjadi patokan dan selalu berurut. Sehingga determinan dari matriks berordo 2x2 adalah $+1(a_{11}.a_{22})-1(a_{12}.a_{21}) = a_{11}.a_{22} - a_{12}.a_{21}$. jika matriks dalam bentuk $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ maka untuk mencari determinannya lebih dikenal dengan bentuk **ad – bc**.

b. Invers Matriks

Jika A dan B matriks persegi nxn sedemikian hingga $AB=BA=I$, B disebut invers A ($B=A^{-1}$) dan A disebut invers B ($A=B^{-1}$) sehingga berlaku

$A A^{-1} = A^{-1} A = I$, I adalah identitas.

Invers matriks A dirumuskan $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj}(A)$

Pembuktian :

Misal matriks 2x2, matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan misalkan invers matriks A adalah $A^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ u & v \end{bmatrix}$. Berdasarkan pengertian invers matriks, maka berlaku $AA^{-1}=I$, dengan I matriks identitas.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ u & v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ax + bu & ay + bv \\ cx + du & cy + dv \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan matriks maka diperoleh:

$$ax + bu = 1 \quad (1)$$

$$cx + du = 0 \quad (2)$$

$$ay + bv = 0 \quad (3)$$

$$cy + dv = 1 \quad (4)$$

dari persamaan-persamaan dilakukan eliminasi untuk menentukan nilai x, y, u, dan v.

$$\begin{array}{lcl} ax + bu = 1 & \times d & \left| \begin{array}{l} adx + bdu = d \\ bcx + bdu = 0 \end{array} \right. \\ cx + du = 0 & \times b & \left| \begin{array}{l} adx + bdu = d \\ bcx + bdu = 0 \end{array} \right. \\ & & \hline & & adx - bcx = d \end{array}$$

$$x(ad-bc) = d$$

$$x = \frac{d}{ad-bc}$$

substitusikan x pada persamaan (2), sehingga diperoleh $u = \frac{-c}{ad-bc}$, dengan cara yang sama

seperti diatas, akan diperoleh juga $y = \frac{-b}{ad-bc}$, dan $v = \frac{a}{ad-bc}$. Dengan demikian $A^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{ad-bc} & \frac{-b}{ad-bc} \\ \frac{-c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}, \text{ dengan } ad-bc \neq 0$$

Maka invers matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ adalah $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

Sehingga rumus invers matriks adalah $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj}(A)$

5. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : *Problem Solving*

Metode : Diskusi

6. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

7. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

J. Pendahuluan : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Memberi salam dan mengajak siswa untuk berdoa sebelum memulai pembelajaran.	Menjawab salam dan berdoa bersama.
Mengecek kehadiran siswa sebagai proses awal pengenalan dengan siswa.	Mendengarkan dan mengacungkan tangan.
Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai	Menyimak
Menjelaskan prosedur pembelajaran yang akan dilaksanakan.	
Guru meminta siswa membentuk kelompok yang beranggotakan 4-5 orang heterogen.	
Memotivasi siswa untuk terlibat aktif dalam kegiatan pembelajaran dan menguasai materi dengan baik.	

K. Kegiatan Inti : 60 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Kegiatan I: Memahami Masalah 7. Mengajukan masalah, dengan membagikan LKS yang berisikan masalah 8. Meminta siswa mengamati (membaca) dan memahami masalah secara individu dan mengajukan pertanyaan terkait masalah yang disajikan.	Mengamati, bertanya memberikan pendapat dan mencatat
Kegiatan II: Merencanakan Penyelesaian Masalah 7. Guru meminta siswa untuk menyusun langkah-langkah pemecahan serta meminta siswa bekerja sama untuk	Duduk berkelompok dan merencanakan pengerjaan LKS.

menyelesaikan masalah. 8. Berkeliling mencermati siswa bekerja, mencermati dan menemukan berbagai kesulitan yang dialami siswa, serta memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya hal-hal yang belum dipahami.	
Kegiatan III: Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah 7. Guru meminta siswa menyelesaikan masalah berdasarkan informasi/data terkait pada LKS yang telah diberikan dan rencana penyelesaian masalah. 8. Guru membimbing penyelesaian masalah tersebut.	Mulai mengerjakan LKS.
Kegiatan IV: Memeriksa kembali kebenaran hasil atau solusi 13. Guru meminta siswa untuk memeriksa hasil penyelesaian masalah atau solusi yang didapat. 14. Guru meminta siswa menyiapkan laporan hasil diskusi kelompok secara rapi, rinci, dan sistematis. 15. Guru meminta salah seorang anggota kelompok mempresentasikan hasil penyelesaian masalah di depan kelas secara runtun, sistematis, santun dan hemat waktu. 16. Guru meminta siswa untuk bertanya dan memeriksa penyelesaian masalah yang disajikan.	Memeriksa hasil penyelesaian masalah Menyusun laporan hasil diskusi dan mempresentasikannya di depan kelas

L. Penutup : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Bersama-sama melakukan refleksi dari hasil pembelajaran yang telah berlangsung.	Menyimpulkan
Memberikan kesempatan pada siswa untuk bertanya apabila masih ada materi yang belum dimengerti	Bertanya
Memberikan latihan soal sebagai pekerjaan rumah (PR).	Mencatat
Menginformasikan materi untuk pertemuan berikutnya.	Menyimak dan mencatat
Mengakhiri kegiatan belajar dengan mengucapkan salam	Menjawab salam

H. PENILAIAN

- i. Teknik Penilaian: Tes
- j. Bentuk Instrumen: Uraian

J. INSTRUMEN

5. Diketahui

$$\text{matriks } A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 7 \end{bmatrix},$$

Jika $M = A + B$, maka invers M adalah $M^{-1} = \dots\dots$

6. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} \frac{6}{x} & -\frac{10}{x} \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ dan matriks $B = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$. Jika $A^T = B^{-1}$ dengan

A^T = transpos matriks A , maka berapa nilai dari $2x$?

7. Jika $A = \begin{bmatrix} 7 & \frac{k}{2} \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$, A^{-1} merupakan invers dari matriks A , A dan A^{-1} mempunyai

determinan yang sama dan positif, maka tentukan nilai k yang memenuhi!

8. Jika X adalah invers dari matriks $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, maka tentukan matriks X^2 !

**RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN
(RPP)**

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (Persamaan Matriks)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 5)

CC. KOMPETENSI INTI:

KI-17. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

KI-18. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI-19. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI-20. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

DD. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

3.6 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 .

EE. INDIKATOR

5. Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks

6. Mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.

FF. TUJUAN PEMBELAJARAN

5. Siswa dapat menentukan determinan matriks 3×3
6. Siswa dapat menentukan invers matriks 3×3

GG. MATERI PEMBELAJARAN

Persamaan matriks

Setelah memahami pengertian invers matriks, sekarang kita mempelajari cara menyelesaikan soal yang berhubungan dengan invers matriks. Sebagai contoh adalah menyelesaikan persamaan matriks berbentuk $A.X = B$ atau $X.A = B$, dengan A , B , dan X adalah matriks-matriks berordo 2×2 . Agar X ada (dapat ditentukan) disyaratkan bahwa

matriks A haruslah matriks non singular, sehingga matriks A mempunyai invers A^{-1} .

a. Persamaan bentuk $A . X = B$

Untuk persamaan $AX = B$, kalikan persamaan matriks tersebut dengan A^{-1} dari arah kiri.

$$A^{-1} . (A.X) = A^{-1} . B$$

$$(A^{-1} . A) X = A^{-1} . B$$

$$I . X = A^{-1} . B, \text{ sebab } A^{-1} . A = I$$

$$X = A^{-1} . B, \text{ sebab } I . X = X . I = X$$

Jadi jika $A.X = B$, maka $X = A^{-1} . B$

b. Persamaan berbentuk $X.A = B$

Untuk persamaan $A X = B$, kalikan persamaan matriks tersebut dengan A^{-1} dari arah kanan.

$$(X.A) . A^{-1} = B . A^{-1}$$

$$X.(A . A^{-1}) = B . A^{-1}$$

$$X . I = B . A^{-1}, \text{ sebab } A . A^{-1} = I$$

$$X = B \cdot A^{-1}, \text{ sebab } I \cdot X = X \cdot I = X$$

Jadi jika $X \cdot A = B$, maka $X = B \cdot A^{-1}$

Contoh :

Diketahui matriks-matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

Tentukan matriks X berordo 2x2 yang memenuhi persamaan :

a. $A \cdot X = B$

b. $X \cdot A = B$

Jawab :

$$\text{Det.} A = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} = 15 - 14 = 1, \text{ sehingga } A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}.$$

a. Untuk persamaan matriks $A \cdot X = B$ penyelesaiannya adalah

$$X = A^{-1} \cdot B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & -1 \\ -29 & 2 \end{bmatrix}$$

b. Untuk persamaan matriks $X \cdot A = B$ penyelesaiannya adalah

$$X = B \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & -7 \\ -11 & 5 \end{bmatrix}$$

8. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : *Problem Solving*

Metode : Diskusi

9. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

10. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

M. Pendahuluan : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Memberi salam dan mengajak siswa untuk berdoa sebelum memulai pembelajaran.	Menjawab salam dan berdoa bersama.

Mengecek kehadiran siswa sebagai proses awal pengenalan dengan siswa.	Mendengarkan dan mengacungkan tangan.
Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai	Menyimak
Menjelaskan prosedur pembelajaran yang akan dilaksanakan.	
Guru meminta siswa membentuk kelompok yang beranggotakan 4-5 orang heterogen.	
Memotivasi siswa untuk terlibat aktif dalam kegiatan pembelajaran dan menguasai materi dengan baik.	

N. Kegiatan Inti : 60 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Kegiatan I: Memahami Masalah 9. Mengajukan masalah, dengan membagikan LKS yang berisikan masalah 10. Meminta siswa mengamati (membaca) dan memahami masalah secara individu dan mengajukan pertanyaan terkait masalah yang disajikan.	Mengamati, bertanya memberikan pendapat dan mencatat
Kegiatan II: Merencanakan Penyelesaian Masalah 9. Guru meminta siswa untuk menyusun langkah-langkah pemecahan serta meminta siswa bekerja sama untuk menyelesaikan masalah. 10. Berkeliling mencermati siswa bekerja, mencermati dan menemukan berbagai kesulitan yang dialami siswa, serta memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya hal-hal yang belum dipahami.	Duduk berkelompok dan merencanakan pengerjaan LKS.
Kegiatan III: Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah 9. Guru meminta siswa menyelesaikan masalah berdasarkan informasi/data terkait pada LKS yang telah diberikan dan rencana penyelesaian masalah. 10. Guru membimbing penyelesaian masalah tersebut.	Mulai mengerjakan LKS.
Kegiatan IV: Memeriksa kembali kebenaran hasil atau solusi 17. Guru meminta siswa untuk memeriksa hasil penyelesaian masalah atau solusi yang didapat. 18. Guru meminta siswa menyiapkan laporan hasil diskusi kelompok secara rapi, rinci, dan sistematis. 19. Guru meminta salah seorang anggota kelompok mempresentasikan hasil penyelesaian masalah di depan kelas secara runtun, sistematis, santun dan hemat waktu. 20. Guru meminta siswa untuk bertanya dan memeriksa penyelesaian masalah yang disajikan.	Memeriksa hasil penyelesaian masalah Menyusun laporan hasil diskusi dan mempresentasikannya di depan kelas

--	--

O. Penutup : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Bersama-sama melakukan refleksi dari hasil pembelajaran yang telah berlangsung.	Menyimpulkan
Memberikan kesempatan pada siswa untuk bertanya apabila masih ada materi yang belum dimengerti	Bertanya
Memberikan latihan soal sebagai pekerjaan rumah (PR).	Mencatat
Menginformasikan materi untuk pertemuan berikutnya.	Menyimak dan mencatat
Mengakhiri kegiatan belajar dengan mengucapkan salam	Menjawab salam

H. PENILAIAN

- k. Teknik Penilaian: Tes
- l. Bentuk Instrumen: Uraian

K. INSTRUMEN

1. Jika matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ memenuhi $AX = B$, maka tentukan matriks X!

2. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, Jika $AC = B$ dan C^{-1} adalah invers matriks C, maka tentukan determinan matriks C^{-1} !

3. Matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ memenuhi persamaan $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ Nilai dari $a + b + c + d$ = ..

4. Tentukan nilai a dari persamaan matriks

$$\begin{bmatrix} 5 & 30 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & a+3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (Determinan dan Invers Matriks 3 x 3)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 6)

HH. KOMPETENSI INTI:

KI-21. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

KI-22. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI-23. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI-24. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

II. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

3.7 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 .

JJ. INDIKATOR

7. Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks

8. Mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.

KK. TUJUAN PEMBELAJARAN

7. Siswa dapat menentukan determinan matriks 3 x 3
8. Siswa dapat menentukan invers matriks 3 x 3

LL. MATERI PEMBELAJARAN

2. Determinan untuk ordo 3x3

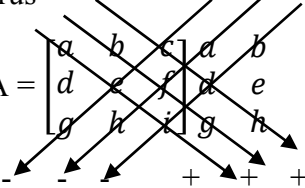
Maka bentuk matriks seperti $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, permutasi dari bilangan bulat 1, 2

dan 3 diambil bersama adalah $3! = 6$ yaitu 123, 132, 213, 231, 312, dan 321 (untuk kolom) sedangkan baris menjadi patokan dan selalu berurut. Sehingga determinan dari matriks berordo 3x3 adalah $+1(a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33}) - 1(a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32}) - 1(a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{31}) + 1(a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31}) + 1(a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32}) - 1(a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31})$.

Untuk mempermudah dalam mencari determinan maka berlaku :

- a) Metode Sarrus

Misal matriks $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$

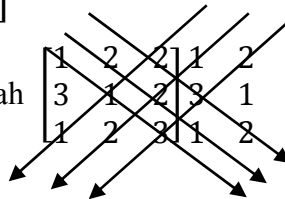


Maka $|A| = aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$.

Cara ini hanya berlaku pada matriks berordo 3x3.

Contoh: $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

Maka $\det(D) = |D|$ adalah



$$|D| = (1 \times 1 \times 3) + (2 \times 2 \times 1) + (2 \times 3 \times 2) - (2 \times 1 \times 1) - (1 \times 2 \times 2) - (2 \times 3 \times 3) \\ = 3 + 4 + 12 - 2 - 4 - 12 = 0$$

- b) Metode Minor dan Kofaktor

Minor suatu matriks A dilambangkan dengan M_{ij} adalah matriks bagian dari A yang diperoleh dengan cara menghilangkan elemen-elemennya pada baris ke-i dan elemen-elemen pada kolom ke-j.

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ maka :}$$

$$M_{11} = \begin{bmatrix} \cancel{1} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$M_{12} = \begin{bmatrix} \cancel{1} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ 0 & \cancel{2} & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$M_{13} = \begin{bmatrix} \cancel{1} & 2 & \cancel{1} \\ 0 & 2 & \cancel{1} \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

M_{11} , M_{12} dan M_{13} merupakan submatriks hasil ekspansi baris ke-1 dari matriks A. Kofaktor suatu elemen baris ke-i dan kolom ke-j dari matriks A dilambangkan dengan $\alpha_{ij} = (-1)^{i+j} |M_{ij}|$, dari matriks A tersebut kofaktor a_{11} dilambangkan dengan α_{11} yaitu

$$(-1)^{i+j} |M_{ij}|$$

Untuk mencari $\det(A)$ dengan metode minor dan kofaktor cukup mengambil satu ekspansi saja misal ekspansi baris ke-1 atau kolom ke-1.

Sehingga

Contoh :

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \text{ untuk mencari } |H| \text{ dengan metode minor dan kofaktor adalah}$$

harus mencari determinan minornya terlebih dahulu yang diperoleh dari ekspansi baris ke-1, yaitu $\det(M_{11})$, $\det(M_{12})$, $\det(M_{13})$, maka,

$$|M_{11}| = (2 \times 2) - (1 \times 0) = 4$$

$$|M_{12}| = (0 \times 2) - (1 \times 2) = -2$$

$$|M_{13}| = (0 \times 0) - (2 \times 2) = -4$$

$$\begin{aligned} |H| &= h_{11}\alpha_{11} + h_{12}\alpha_{12} + h_{13}\alpha_{13} \\ &= h_{11} \cdot (-1)^{1+1}|M_{11}| + h_{12} \cdot (-1)^{1+2}|M_{12}| + h_{13} \cdot (-1)^{1+3}|M_{13}| \end{aligned}$$

$$= (1.4) + (2.(-1.-2)) + (1.-4)$$

$$= 4 + 4 - 4 = 4$$

c. Adjoin matriks

Adalah transpose dari kofaktor-kofaktor matriks tersebut, dilambangkan dengan $\text{adj } A = (\alpha_{ij})^T$

Contoh

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ kita telah mengetahui sebelumnya } \alpha_{11}=4, \alpha_{12}=2,$$

$$\alpha_{13}=-4,$$

$$\alpha_{21}=(-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -4, \alpha_{22}=(-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\alpha_{23}=(-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 4, \alpha_{31}=(-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\alpha_{32}=(-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1, \alpha_{33}=(-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2$$

$$\text{maka adj } H = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{31} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \alpha_{32} \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} & \alpha_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ -4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

d. Invers Matriks

Jika A dan B matriks persegi nxn sedemikian hingga $AB=BA=I$, B disebut invers A ($B=A^{-1}$) dan A disebut invers B ($A=B^{-1}$) sehingga berlaku

$$A A^{-1} = A^{-1} A = I, I \text{ adalah identitas.}$$

$$\text{Invers matriks A dirumuskan } A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj}(A)$$

11. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : *Problem Solving*

Metode : Diskusi

12. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

13. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

P. Pendahuluan : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Memberi salam dan mengajak siswa untuk berdoa sebelum memulai pembelajaran.	Menjawab salam dan berdoa bersama.
Mengecek kehadiran siswa sebagai proses awal pengenalan dengan siswa.	Mendengarkan dan mengacungkan tangan.
Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai	Menyimak
Menjelaskan prosedur pembelajaran yang akan dilaksanakan.	
Guru meminta siswa membentuk kelompok yang beranggotakan 4-5 orang heterogen.	
Memotivasi siswa untuk terlibat aktif dalam kegiatan pembelajaran dan menguasai materi dengan baik.	

Q. Kegiatan Inti : 60 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Kegiatan I: Memahami Masalah 11. Mengajukan masalah, dengan membagikan LKS yang berisikan masalah 12. Meminta siswa mengamati (membaca) dan memahami masalah secara individu dan mengajukan pertanyaan terkait masalah yang disajikan.	Mengamati, bertanya memberikan pendapat dan mencatat
Kegiatan II: Merencanakan Penyelesaian Masalah 11. Guru meminta siswa untuk menyusun langkah-langkah pemecahan serta meminta siswa bekerja sama untuk menyelesaikan masalah. 12. Berkeliling mencermati siswa bekerja, mencermati dan menemukan berbagai kesulitan yang dialami siswa, serta memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya hal-hal yang belum dipahami.	Duduk berkelompok dan merencanakan pengerjaan LKS.
Kegiatan III: Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah 11. Guru meminta siswa menyelesaikan masalah berdasarkan informasi/data terkait pada LKS yang telah diberikan dan rencana penyelesaian masalah. 12. Guru membimbing penyelesaian masalah tersebut.	Mulai mengerjakan LKS.
Kegiatan IV: Memeriksa kembali kebenaran hasil atau solusi 21. Guru meminta siswa untuk memeriksa hasil penyelesaian masalah atau solusi yang didapat. 22. Guru meminta siswa menyiapkan laporan hasil diskusi kelompok secara rapi, rinci, dan sistematis. 23. Guru meminta salah seorang anggota kelompok	Memeriksa hasil penyelesaian masalah Menyusun laporan hasil diskusi dan mempresentasikannya di depan kelas

mempresentasikan hasil penyelesaian masalah di depan kelas secara runtun, sistematis, santun dan hemat waktu. 24. Guru meminta siswa untuk bertanya dan memeriksa penyelesaian masalah yang disajikan.	
---	--

R. Penutup : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Bersama-sama melakukan refleksi dari hasil pembelajaran yang telah berlangsung.	Menyimpulkan
Memberikan kesempatan pada siswa untuk bertanya apabila masih ada materi yang belum dimengerti	Bertanya
Memberikan latihan soal sebagai pekerjaan rumah (PR).	Mencatat
Menginformasikan materi untuk pertemuan berikutnya.	Menyimak dan mencatat
Mengakhiri kegiatan belajar dengan mengucapkan salam	Menjawab salam

H. PENILAIAN

- m. Teknik Penilaian: Tes
- n. Bentuk Instrumen: Uraian

L. INSTRUMEN

9. Tentukan determinan dari :

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 9 & 16 \\ 0 & 0 & 0 \\ 24 & 16 & 8 \end{bmatrix}$$

10. Carilah invers dari matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

**RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN
(RPP)**

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (SPLDV dan SPLTV)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 7)

MM. KOMPETENSI INTI:

KI-25. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

KI-26. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI-27. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI-28. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

NN. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

OO. INDIKATOR

1. Mengubah suatu bentuk representasi ke bentuk lainnya dalam matriks.

PP. TUJUAN PEMBELAJARAN

9. Siswa dapat mengubah dan menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan cara matriks
10. Siswa dapat mengubah dan menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan cara matriks

QQ. MATERI PEMBELAJARAN

Invers matriks dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear.

Contoh :

Selesaikan sistem persamaan linear berikut dengan matriks

$$\begin{cases} x + 7y = 13 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$$

Jawab :

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{5-14} \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-9} \begin{bmatrix} 9 \\ -18 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

jadi $x = -1$, dan $y = 2$

14. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : *Problem Solving*

Metode : Diskusi

15. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

16. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

S. Pendahuluan : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Memberi salam dan mengajak siswa untuk berdoa sebelum memulai pembelajaran.	Menjawab salam dan berdoa bersama.
Mengecek kehadiran siswa sebagai proses awal pengenalan dengan siswa.	Mendengarkan dan mengacungkan tangan.
Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai	Menyimak
Menjelaskan prosedur pembelajaran yang akan dilaksanakan.	
Guru meminta siswa membentuk kelompok yang beranggotakan 4-5 orang heterogen.	
Memotivasi siswa untuk terlibat aktif dalam kegiatan pembelajaran dan menguasai materi dengan baik.	

T. Kegiatan Inti : 60 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Kegiatan I: Memahami Masalah 13. Mengajukan masalah, dengan membagikan LKS yang berisikan masalah 14. Meminta siswa mengamati (membaca) dan memahami masalah secara individu dan mengajukan pertanyaan terkait masalah yang disajikan.	Mengamati, bertanya memberikan pendapat dan mencatat
Kegiatan II: Merencanakan Penyelesaian Masalah 13. Guru meminta siswa untuk menyusun langkah-langkah pemecahan serta meminta siswa bekerja sama untuk menyelesaikan masalah. 14. Berkeliling mencermati siswa bekerja, mencermati dan menemukan berbagai kesulitan yang dialami siswa, serta memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya hal-hal yang belum dipahami.	Duduk berkelompok dan merencanakan pengerjaan LKS.

Kegiatan III: Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah 13. Guru meminta siswa menyelesaikan masalah berdasarkan informasi/data terkait pada LKS yang telah diberikan dan rencana penyelesaian masalah. 14. Guru membimbing penyelesaian masalah tersebut.	Mulai mengerjakan LKS.
Kegiatan IV: Memeriksa kembali kebenaran hasil atau solusi 25. Guru meminta siswa untuk memeriksa hasil penyelesaian masalah atau solusi yang didapat. 26. Guru meminta siswa menyiapkan laporan hasil diskusi kelompok secara rapi, rinci, dan sistematis. 27. Guru meminta salah seorang anggota kelompok mempresentasikan hasil penyelesaian masalah di depan kelas secara runtun, sistematis, santun dan hemat waktu. 28. Guru meminta siswa untuk bertanya dan memeriksa penyelesaian masalah yang disajikan.	Memeriksa hasil penyelesaian masalah Menyusun laporan hasil diskusi dan mempresentasikannya di depan kelas

U. Penutup : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Bersama-sama melakukan refleksi dari hasil pembelajaran yang telah berlangsung.	Menyimpulkan
Memberikan kesempatan pada siswa untuk bertanya apabila masih ada materi yang belum dimengerti	Bertanya
Memberikan latihan soal sebagai pekerjaan rumah (PR).	Mencatat
Menginformasikan materi untuk pertemuan berikutnya.	Menyimak dan mencatat
Mengakhiri kegiatan belajar dengan mengucapkan salam	Menjawab salam

H. PENILAIAN

- o. Teknik Penilaian: Tes
- p. Bentuk Instrumen: Uraian

M. INSTRUMEN

1. Carilah nilai x dan y pada sistem persamaan linier berikut dengan cara matriks !

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 7 \\ 3x + 4y &= 10 \end{aligned}$$

11. Carilah nilai x , y dan z pada sistem persamaan linier berikut dengan cara matriks !

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 8 \\ 3x + 4y - 2z = 5 \\ x + 2y + 2z = 11 \end{cases}$$

12. Sinta membeli 2kg jeruk dan 3 kg apel. Ia harus membayar rp 86 000,-. Sedangkan Nani harus membayar rp120 000,- untuk 1kg jeruk dan 5kg apel yang dibelinya. Tentukan :

- a. Sistem persamaan linier dua variabel dari masalah tersebut
- b. Determinan matriks koefisien persoalan tersebut
- c. Harga 3kg jeruk dan 1kg apel yang dibeli Ita dari toko itu.

**RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN
(RPP)**

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (Aturan Cramer)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 8)

RR. KOMPETENSI INTI:

KI-29. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

KI-30. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI-31. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI-32. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

SS. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

TT. INDIKATOR

2. Mengubah suatu bentuk representasi ke bentuk lainnya dalam matriks.

UU.TUJUAN PEMBELAJARAN

11. Siswa dapat menentukan determinan dengan aturan cramer
12. Siswa dapat menyelesaikan sistem persamaan linear dengan aturan cramer pada matriks

VV.MATERI PEMBELAJARAN

Menyelesaikan Sistem Persamaan Linier dengan Aturan Cramer

Diketahui sistem persamaan linier

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 = b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 = b_2$$

$$a_{31} x_1 + a_{32} x_2 + a_{33} x_3 = b_3$$

dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian Dengan Aturan Cramer adalah sbb:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad Dx_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad Dx_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix} \quad Dx_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

$$\text{Maka } x_1 = \frac{Dx_1}{D} \quad x_2 = \frac{Dx_2}{D} \quad x_3 = \frac{Dx_3}{D}$$

Contoh

1. Dari sistem persamaan linier (SPL) :

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 6$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 3$$

$$-x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1,$$

Selesaikan dengan Aturan Cramer

Jawab :

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= [1 \cdot 1 \cdot 2 + 1(-1)(-1) + 2 \cdot 2 \cdot 2] - [2 \cdot (1)(-1) + 1(-1)(2) + 1 \cdot 2 \cdot 2]$$

$$= (2+1+8) - (-2+4-2) = 11 - 0 = 11$$

$$D_{x_1} = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = (12+1+12) - (-12+6-2) = 25 - (-8) = 25+8=33$$

$$D_{x_2} = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = (6+6-4) - (1+24-6) = 8-19=-11$$

$$D_{x_3} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = (-1-3+24) - (6-2-6) = 20+2=22$$

$$x_1 = \frac{D_{x_1}}{D} = \frac{33}{11} = 3$$

$$x_2 = \frac{D_{x_2}}{D} = \frac{-11}{11} = -1$$

$$x_3 = \frac{D_{x_3}}{D} = \frac{22}{11} = 2$$

Jadi HP = {3, -1, 2}

17. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : *Problem Solving*

Metode : Diskusi

18. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

19. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

V. Pendahuluan : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Memberi salam dan mengajak siswa untuk berdoa sebelum memulai pembelajaran.	Menjawab salam dan berdoa bersama.
Mengecek kehadiran siswa sebagai proses awal pengenalan dengan siswa.	Mendengarkan dan mengacungkan tangan.
Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai	Menyimak
Menjelaskan prosedur pembelajaran yang akan dilaksanakan.	
Guru meminta siswa membentuk kelompok yang beranggotakan 4-5 orang heterogen.	
Memotivasi siswa untuk terlibat aktif dalam kegiatan pembelajaran dan menguasai materi dengan baik.	

W. Kegiatan Inti : 60 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Kegiatan I: Memahami Masalah 15. Mengajukan masalah, dengan membagikan LKS yang berisikan masalah 16. Meminta siswa mengamati (membaca) dan memahami masalah secara individu dan mengajukan pertanyaan terkait masalah yang disajikan.	Mengamati, bertanya memberikan pendapat dan mencatat
Kegiatan II: Merencanakan Penyelesaian Masalah 15. Guru meminta siswa untuk menyusun langkah-langkah pemecahan serta meminta siswa bekerja sama untuk menyelesaikan masalah. 16. Berkeliling mencermati siswa bekerja, mencermati dan menemukan berbagai kesulitan yang dialami siswa, serta memberikan kesempatan kepada siswa untuk bertanya hal-	Duduk berkelompok dan merencanakan pengerjaan LKS.

hal yang belum dipahami.	
Kegiatan III: Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah 15. Guru meminta siswa menyelesaikan masalah berdasarkan informasi/data terkait pada LKS yang telah diberikan dan rencana penyelesaian masalah. 16. Guru membimbing penyelesaian masalah tersebut.	Mulai mengerjakan LKS.
Kegiatan IV: Memeriksa kembali kebenaran hasil atau solusi 29. Guru meminta siswa untuk memeriksa hasil penyelesaian masalah atau solusi yang didapat. 30. Guru meminta siswa menyiapkan laporan hasil diskusi kelompok secara rapi, rinci, dan sistematis. 31. Guru meminta salah seorang anggota kelompok mempresentasikan hasil penyelesaian masalah di depan kelas secara runtun, sistematis, santun dan hemat waktu. 32. Guru meminta siswa untuk bertanya dan memeriksa penyelesaian masalah yang disajikan.	Memeriksa hasil penyelesaian masalah Menyusun laporan hasil diskusi dan mempresentasikannya di depan kelas

X. Penutup : 15 menit

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa
Bersama-sama melakukan refleksi dari hasil pembelajaran yang telah berlangsung.	Menyimpulkan
Memberikan kesempatan pada siswa untuk bertanya apabila masih ada materi yang belum dimengerti	Bertanya
Memberikan latihan soal sebagai pekerjaan rumah (PR).	Mencatat
Menginformasikan materi untuk pertemuan berikutnya.	Menyimak dan mencatat
Mengakhiri kegiatan belajar dengan mengucapkan salam	Menjawab salam

H. PENILAIAN

- q. Teknik Penilaian: Tes
- r. Bentuk Instrumen: Uraian

N. INSTRUMEN

1. Carilah nilai x dan y pada sistem persamaan linier berikut dengan aturan cramer pada matriks !

$$\begin{aligned}2x + 3y &= 7 \\3x + 4y &= 10\end{aligned}$$

13. Carilah nilai x , y dan z pada sistem persamaan linier berikut dengan aturan cramer pada matriks !

$$\begin{cases}2x - 3y + 4z = 8 \\3x + 4y - 2z = 5 \\x + 2y + 2z = 11\end{cases}$$

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (Pengertian Matriks)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 1)

WW. KOMPETENSI INTI:

KI-33. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

KI-34. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI-35. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI-36. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

XX. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

3.5 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose

YY. INDIKATOR

2. Mengenal berbagai makna dan interpretasi konsep matriks.

ZZ. TUJUAN PEMBELAJARAN

Melalui proses mengamati, menanya, mengumpulkan informasi, mengolah informasi, dan mengkomunikasikan hasil mengolah informasi dalam penugasan individu ataupun kelompok, diharapkan:

6. Siswa dapat memahami konsep matriks, berdasarkan konsep matriks dengan cermat melalui proses mengamati;
7. Siswa dapat menuliskan informasi dalam bentuk matriks, berdasarkan konsep matriks dengan baik melalui proses mengumpulkan informasi;
8. Siswa dapat memahami jenis-jenis matriks, berdasarkan konsep matriks dengan cermat melalui proses mengamati;
9. Siswa dapat menentukan transpose matriks, berdasarkan konsep matriks dengan teliti melalui proses diskusi.

AAA. MATERI PEMBELAJARAN

Fakta

Konsep matriks dapat digunakan untuk membantu penyelesaian masalah transportasi. Selain itu, matriks dapat digunakan untuk menuliskan hasil sementara dari pertandingan (misalkan: Liga Inggris, Liga Spanyol, Liga Italia, maupun Liga Indonesia). Daftar hasil pertandingan itu telah meliputi aturan pada matriks, yaitu yang diatur pada baris dan kolom.

Konsep

Definisi Matriks

Matriks adalah suatu susunan elemen-elemen (bilangan atau huruf) berbentuk persegi atau persegi panjang yang diatur pada baris dan kolom serta ditempatkan dalam tanda kurung (kurung biasa atau kurung siku).

Bentuk umum matriks

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & a_{ij} & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Keterangan:

- a. a_{12} adalah elemen baris ke-1 dan kolom ke-2;
- h. Elemen-elemen: $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}$ disebut elemen-elemen penyusun baris 1;

- i. Elemen-elemen: $a_{12}, a_{22}, \dots, a_{m2}$ disebut elemen-elemen penyusun kolom 2;
- j. Dan a_{ij} adalah elemen baris ke- i dan kolom ke- j dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Prosedur

Jenis-Jenis Matriks

- 3. Jenis Matriks Ditinjau dari Banyaknya Baris dan Kolom Penyusunnya
 - d. Matriks baris, yaitu matriks yang hanya memiliki satu baris;
 - e. Matriks kolom, yaitu matriks yang hanya memiliki satu kolom;
 - f. Matriks bujur sangkar, yaitu matriks yang banyak baris dan kolomnya sama.
- 4. Jenis Matriks Ditinjau dari Elemen-Elemen Penyusunnya
 - d. Matriks Diagonal, yaitu matriks persegi yang semua elemennya adalah nol, kecuali elemen pada diagonalnya tidak semuanya bernilai nol, yaitu a_{ij} untuk $i = j$.
 - e. Matriks Identitas
 - 3) Matriks O , disebut matriks identitas terhadap penjumlahan jika untuk sembarang matriks B , berlaku $B + O = B + O = B$. Dan itu hanya dipenuhi apabila matriks O adalah matriks nol, yaitu suatu matriks yang semua elemennya bernilai nol.
 - 4) Matriks I , disebut matriks identitas terhadap perkalian jika untuk sembarang matriks A berlaku $AI = A = IA$.
 - f. Matriks Segitiga Atas dan Matriks Segitiga Bawah
 - 3) Matriks Segitiga Atas, yaitu matriks persegi yang semua elemen di bawah diagonalnya bernilai nol.
 - 4) Matriks Segitiga Bawah, yaitu matriks persegi yang semua elemen di atas diagonalnya bernilai nol.

Transpose Suatu Matriks

Misalkan A adalah suatu matriks dengan ordo $(m \times n)$. Dari matriks A ini kita dapat membentuk suatu matriks baru yang diperoleh dengan cara:

- 3) Mengubah baris ke- i matriks A menjadi kolom ke- i matriks baru, dan;
- 4) Mengubah kolom ke- j matriks A menjadi baris ke- j matriks baru.

BBB. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : *Scientific*

Metode : Diskusi, Tanya Jawab

CCC. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Media : Power Point

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

DDD. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

Kegiatan Pendahuluan : 10 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Kegiatan pendahuluan	- Guru menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran; - Guru bertanya tentang bentuk matriks dalam sehari-hari; - Guru menyampaikan tujuan yang akan dipelajari; - Guru membagi siswa ke dalam 6 kelompok secara heterogen serta membagikan LKS.	- Siswa mengikuti arahan dari guru; - Siswa menyimak apa yang disampaikan oleh guru; - Siswa membentuk kelompok sesuai yang diperintahkan oleh guru.	10 menit

Kegiatan Inti : 70 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Mengamati	Guru memerintahkan siswa untuk mengamati permasalahan yang ada dalam LKS.	Siswa mengamati permasalahan yang diberikan oleh guru.	10 menit
2.	Menanya	Guru mendorong siswa untuk mengajukan pertanyaan terkait hal-hal yang diamati atau dicermati.	Siswa bertanya kepada guru yang berkaitan dengan hal yang sedang di amati.	10 menit
3	Mengumpulkan data	Guru memerintahkan siswa berdiskusi untuk mengerjakan soal yang	Siswa berdiskusi secara kelompok untuk mengerjakan soal yang	25 menit

		berkaitan dengan matriks.	ada di dalam LKS.	
4.	Mengasosiasi	- Guru mengawasi siswa dalam proses diskusi; - Guru memerintahkan siswa untuk memeriksa kembali hasil diskusinya.	Siswa menganalisis dan memeriksa kembali jawaban yang akan di presentasikan.	10 menit
5.	Mengkomunikasi	Guru menunjuk salah satu kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusinya.	Kelompok yang ditunjuk mempresentasikan hasil diskusinya.	15 menit

Kegiatan Penutup : 15 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Penutup	- Guru menjelaskan salah satu soal yang kurang dipahami oleh siswa; - Guru membagikan soal sebagai bentuk evaluasi; - Guru memerintahkan kepada siswa untuk mengumpulkan jawaban dari soal evaluasi; - Guru memerintahkan kepada ketua murid untuk disiapkan karena pembelajaran telah selesai.	- Siswa menyimak yang disampaikan oleh guru; - Siswa menjawab soal yang diberikan guru; - Siswa mengumpulkan jawaban soal evaluasi; - Ketua murid menyiapkan, karena pembelajaran telah selesai	15 menit

H. PENILAIAN

s. Teknik Penilaian: Tes

- t. Bentuk Instrumen: Uraian
u. Kisi-kisi:

EEE. INSTRUMEN

1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

- c. Tentukan anggota-anggota baris kedua!
d. Tentukanlah anggota-anggota kolom ketiga!
Tentukan ordo dari matriks A di atas!

2. Diketahui hasil pertandingan sepak bola Liga Spanyol pada pekan ke 10 periode Tahun 2015-2016 untuk 5 klub yang berada di papan atas klasemen sementara, sebagai berikut:

Kesebelasan	Main	Menang	Seri	Kalah
Barcelona	10	2	3	5
Atletico Madrid	10	2	3	5
Real Madrid	10	1	5	4
Malaya	10	2	2	6
Real Betis	10	1	3	6

- c. Buatlah data di atas ke dalam bentuk matriks ke dalam notasi L .
d. Sebutkan semua bilangan dalam baris ke empat!
Sebutkan semua bilangan dalam kolom pertama!

3. Di bawah ini manakah yang disebut matriks diagonal, matriks persegi, dan matriks segitiga atas:

a. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} -3 & 2 & 4 & 6 \\ 0 & 7 & 2 & -9 \\ 0 & 0 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$

4. Diberikan matriks $K = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 8 \\ 2 & 6 & 5 & -7 \\ -5 & 4 & 0 & 9 \end{bmatrix}$ maka transpose matriks K adalah ...

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (Kesamaan Matriks)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 2)

FFF. KOMPETENSI INTI:

KI-37. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

KI-38. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI-39. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI-40. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

GGG. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

3.5 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose

HHH. INDIKATOR

2. Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep kesamaan matriks

3. TUJUAN PEMBELAJARAN

Melalui proses mengamati, menanya, mengumpulkan informasi, mengolah informasi, dan mengkomunikasikan hasil mengolah informasi dalam penugasan individu ataupun kelompok, diharapkan:

10. Siswa dapat menentukan kesamaan dua matriks, berdasarkan konsep matriks dengan teliti melalui proses menganalisis.

4. MATERI PEMBELAJARAN

Konsep

Definisi Matriks

Matriks adalah suatu susunan elemen-elemen (bilangan atau huruf) berbentuk persegi atau persegi panjang yang diatur pada baris dan kolom serta ditempatkan dalam tanda kurung (kurung biasa atau kurung siku).

Bentuk umum matriks

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & a_{ij} & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Keterangan:

- a. a_{12} adalah elemen baris ke-1 dan kolom ke-2;
- k. Elemen-elemen: $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}$ disebut elemen-elemen penyusun baris 1;
- l. Elemen-elemen: $a_{12}, a_{22}, \dots, a_{m2}$ disebut elemen-elemen penyusun kolom 2;
- m. Dan a_{ij} adalah elemen baris ke- i dan kolom ke- j dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Kesamaan Dua Matriks

Definisi: Misalkan $A = (a_{ij})$ dan $B = (b_{ij})$ adalah dua buah matriks yang berordo sama.

Matriks A dikatakan sama dengan matriks B jika elemen-elemen yang seletak pada kedua matriks bernilai sama.

5. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : *Scientific*

Metode : Diskusi, Tanya Jawab

6. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Media : Power Point

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

7. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

Kegiatan Pendahuluan : 10 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Kegiatan pendahuluan	• Guru menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran; • Guru bertanya dan mengingatkan kembali mengenai pengertian matriks; • Guru menyampaikan tujuan yang akan dipelajari; • Guru membagi siswa ke dalam 6 kelompok secara heterogen serta membagikan LKS.	• Siswa mengikuti arahan dari guru; • Siswa mengingat kembali mengenai pengertian matriks; • Siswa menyimak apa yang disampaikan oleh guru; • Siswa membentuk kelompok sesuai yang diperintahkan oleh guru.	10 menit

Kegiatan Inti : 70 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Mengamati	Guru memerintahkan siswa untuk mengamati	Siswa mengamati permasalahan yang	10 menit

		permasalahan yang ada dalam LKS.	diberikan oleh guru.	
2.	Menanya	Guru mendorong siswa untuk mengajukan pertanyaan terkait hal-hal yang diamati atau dicermati.	Siswa bertanya kepada guru yang berkaitan dengan hal yang sedang di amati.	10 menit
3	Mengumpulkan data	Guru memerintahkan siswa berdiskusi untuk mengerjakan soal yang berkaitan dengan matriks.	Siswa berdiskusi secara kelompok untuk mengerjakan soal yang ada di dalam LKS.	25 menit
4.	Mengasosiasi	- Guru mengawasi siswa dalam proses diskusi; - Guru memerintahkan siswa untuk memeriksa kembali hasil diskusinya.	Siswa menganalisis dan memeriksa kembali jawaban yang akan di presentasikan.	10 menit
5.	Mengkomunikasi	Guru menunjuk salah satu kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusinya.	Kelompok yang ditunjuk mempresentasikan hasil diskusinya.	15 menit

Kegiatan Penutup : 15 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Penutup	- Guru menjelaskan salah satu soal yang kurang dipahami oleh siswa; - Guru membagikan soal sebagai bentuk evaluasi; - Guru memerintahkan kepada siswa untuk mengumpulkan jawaban	- Siswa menyimak yang disampaikan oleh guru; - Siswa menjawab soal yang diberikan guru; - Siswa mengumpulkan jawaban soal evaluasi;	15 menit

		dari soal evaluasi; • Guru memerintahkan kepada ketua murid untuk disiapkan karena pembelajaran telah selesai.	• Ketua murid menyiapkan, karena pembelajaran telah selesai	
--	--	---	---	--

H. PENILAIAN

- Teknik Penilaian : Tes
- Bentuk Instrumen: Uraian

I. INSTRUMEN

- Periksalah kesamaan dua buah matriks berikut!

a. $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ \sqrt{9} & 2 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} \frac{6}{2} & -1 \\ 3 & \sqrt{4} \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

2.

**LEMBAR
KERJA
SISWA**

Sekolah

Mata

Pelajaran : Matematika

Kelas / Semester : XI / Ganjil

Materi : Matriks (Kesamaan Matriks)

Pertemuan ke- : 2

Kelompok	:	
Ketua	:	
Anggota	:	1.
		2.
		3.
		4.
		5.

I. Identitas

II. Tujuan

1. Siswa dapat menentukan kesamaan dua matriks, berdasarkan konsep matriks dengan teliti melalui proses menganalisis.

III. Materi Pembelajaran

Definisi Matriks

Matriks adalah suatu susunan elemen-elemen (bilangan atau huruf) berbentuk persegi atau persegi panjang yang diatur pada baris dan kolom serta ditempatkan dalam tanda kurung (kurung biasa atau kurung siku).

Bentuk umum matriks

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & a_{ij} & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Keterangan:

- a. a_{12} adalah elemen baris ke-1 dan kolom ke-2;
- n. Elemen-elemen: $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}$ disebut elemen-elemen penyusun baris 1;
- o. Elemen-elemen: $a_{12}, a_{22}, \dots, a_{m2}$ disebut elemen-elemen penyusun kolom 2;
- p. Dan a_{ij} adalah elemen baris ke- i dan kolom ke- j dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Kesamaan Dua Matriks

Definisi: Misalkan $A = (a_{ij})$ dan $B = (b_{ij})$ adalah dua buah matriks yang berordo sama.

Matriks A dikatakan sama dengan matriks B jika elemen-elemen yang seletak pada kedua matriks bernilai sama.

KEGIATAN

1. Periksalah kesamaan dua buah matriks berikut!

a. $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ \sqrt{9} & 2 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} \frac{6}{2} & -1 \\ 3 & \sqrt{4} \end{bmatrix}$

b. $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (Operasi Matriks)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 3)

III. KOMPETENSI INTI:

KI-41. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

KI-42. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI-43. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI-44. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

JJJ. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

KKK. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

3.5 Menjelaskan matriks dan kesamaan matriks dengan menggunakan masalah kontekstual dan melakukan operasi pada matriks yang meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian skalar, dan perkalian, serta transpose

LLL. INDIKATOR

9. Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks
10. Mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.

MMM. TUJUAN PEMBELAJARAN

13. Siswa dapat memahami prosedur operasi pada matriks.
14. Siswa dapat menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya

NNN. MATERI PEMBELAJARAN

20. Operasi Matriks dan Sifat-sifatnya

d. Penjumlahan dan Pengurangan dua Matriks

Penjumlahan Matriks, Jika $A + B = C$, maka elemen-elemen C diperoleh dari penjumlahan elemen-elemen A dan B yang seletak, yaitu $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ untuk C pada baris ke- i dan kolom ke- j . sehingga, matriks A dan B dapat dijumlahkan apabila kedua matriks memiliki ordo yang sama.

$$\text{Contoh } A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ maka } A + B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} = C$$

Sifat-sifat penjumlahan matriks

6. $A+B = B+A$ (Komutatif)
7. $A+(B+C) = (A+B)+C$ (Assosiatif)
8. $A+O = O+A = A$
9. $(A+B)^T = A^T+B^T$

10. Ada B sedemikian hingga $A + B = B + A = 0$ yaitu $B = -A$

Pengurangan matriks, jika $A - B = C$, maka elemen-elemen C diperoleh dari pengurangan elemen-elemen A dan B yang seletak, yaitu $c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$ atau pengurangan dua matriks dapat dipandang sebagai penjumlahan matriks yaitu $A + (-B)$

$$\text{Contoh: } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ maka } A-B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

e. Perkalian matriks dengan skalar.

Perkalian sebuah matriks dengan skalar, maka setiap unsur matriks tersebut terkalikan dengan skalar. Misalkan matriks A dikalikan dengan suatu bilangan real k maka kA diperoleh dari hasil kali setiap elemen A dengan k.

Contoh: $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ maka $3A = 3 \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 9 & 6 \end{bmatrix}$

Jika a dan b bilangan real (skalar) dan matriks A dan matriks B merupakan dua matriks dengan ordo sama sehingga dapat dilakukan operasi hitung. Maka berlaku sifat-sifat perkalian matriks dengan skalar:

7. $a(A+B) = aA+aB$

8. $a(A-B) = aA-aB$

9. $(a+b)B = aB+bB$

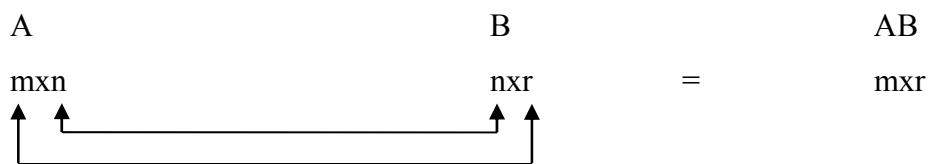
10. $(a-b)B = aB-bB$

11. $(ab)B = a(bB)$

12. $(aB)^T = aB^T$

f. Perkalian Dua Matriks

Dua buah matriks atau lebih (misal matriks AB) dapat dikalikan jika dan hanya jika jumlah kolom pada matriks A sama dengan jumlah baris pada matriks B. jadi $A_{mxn}B_{nrx}$ bias didefinisikan, tapi $B_{nrx}A_{mxn}$ tidak dapat didefinisikan.



sehingga hasil kali matriks AB berordo mxr .

Catatan:

- Perkalian 2 matriks AB dapat didefinisikan, jika **banyaknya kolom matriks A = banyaknya baris matriks B.**
- Hasil kali dua matriks AB adalah suatu matriks dengan banyaknya baris = banyaknya baris matriks A dan banyaknya kolom = banyaknya kolom matriks B.

- Pada umumnya $AB \neq BA$
- Apabila A suatu matriks persegi maka $A^2 = A.A$; $A^3 = A^2.A$;
 $A^4 = A^3.A$ dan seterusnya.
- Apabila $AB=BC$ maka tidak dapat disimpulkan bahwa $A = C$.
- Apabila $AB=0$ maka tidak dapat disimpulkan bahwa $A=0$ atau $B=0$

Contoh perkalian matriks:

4. Perkalian matriks berordo $1 \times a$ dengan $a \times 1$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, A_{1 \times 3} B_{3 \times 1} = [(1 \times 3) + (2 \times 2) + (3 \times 1)]$$

$$= [10]$$

Hasil kalinya merupakan matriks berordo 1×1 .

5. Perkalian matriks berordo $a \times 1$ dengan $1 \times a$

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, A_{3 \times 1} B_{1 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 \times 1 & 1 \times 2 & 1 \times 3 \\ 2 \times 1 & 2 \times 2 & 2 \times 3 \\ 3 \times 1 & 3 \times 2 & 3 \times 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

Hasil kalinya merupakan matriks berordo 3×3 .

6. Perkalian matriks berordo $m \times n$ dengan matriks $n \times r$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A_{2 \times 2} B_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} (2 \times 1) + (5 \times 3) & (2 \times 2) + (5 \times 1) & (2 \times 3) + (5 \times 2) \\ (1 \times 1) + (3 \times 3) & (1 \times 2) + (3 \times 1) & (1 \times 3) + (3 \times 2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 17 & 9 & 16 \\ 9 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat perkalian matriks dengan matriks antara lain :

8. $A(BC) = (AB)C$
9. $A(B+C) = AB + AC$
10. $(B+C)A = BA + CA$
11. $A(B-C) = AB - AC$

$$12. (B-C)A = BA - CA$$

$$13. a(BC) = (aB)C = B(aC)$$

$$14. AI = IA = A$$

OOO. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : *Scientific*

Metode : Diskusi, Tanya Jawab

PPP. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Media : Power Point

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

QQQ. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

Kegiatan Pendahuluan : 10 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Kegiatan pendahuluan	- Guru menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran; - Guru bertanya dan mengingatkan kembali mengenai matriks yang sudah dipelajari; - Guru menyampaikan tujuan yang akan dipelajari; - Guru membagi siswa ke dalam 6 kelompok secara heterogen serta membagikan LKS.	- Siswa mengikuti arahan dari guru; - Siswa menyimak apa yang disampaikan oleh guru; - Siswa membentuk kelompok sesuai yang diperintahkan oleh guru.	10 menit

Kegiatan Inti : 70 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Mengamati	Guru memerintahkan siswa untuk mengamati permasalahan yang ada dalam LKS.	Siswa mengamati permasalahan yang diberikan oleh guru.	10 menit
2.	Menanya	Guru mendorong siswa untuk mengajukan pertanyaan terkait hal-hal yang diamati atau dicermati.	Siswa bertanya kepada guru yang berkaitan dengan hal yang sedang di amati.	10 menit
3	Mengumpulkan data	Guru memerintahkan siswa berdiskusi untuk mengerjakan soal yang berkaitan dengan matriks.	Siswa berdiskusi secara kelompok untuk mengerjakan soal yang ada di dalam LKS.	25 menit
4.	Mengasosiasi	- Guru mengawasi siswa dalam proses diskusi; - Guru memerintahkan siswa untuk memeriksa kembali hasil diskusinya.	Siswa menganalisis dan memeriksa kembali jawaban yang akan di presentasikan.	10 menit
5.	Mengkomunikasi	Guru menunjuk salah satu kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusinya.	Kelompok yang ditunjuk mempresentasikan hasil diskusinya.	15 menit

Kegiatan Penutup : 15 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Penutup	- Guru menjelaskan salah satu soal yang kurang dipahami oleh siswa; - Guru membagikan soal sebagai bentuk evaluasi;	- Siswa menyimak yang disampaikan oleh guru; - Siswa menjawab soal yang diberikan guru;	15 menit

		• Guru memerintahkan kepada siswa untuk mengumpulkan jawaban dari soal evaluasi; • Guru memerintahkan kepada ketua murid untuk disiapkan karena pembelajaran telah selesai.	• Siswa mengumpulkan jawaban soal evaluasi; • Ketua murid menyiapkan, karena pembelajaran telah selesai	
--	--	--	--	--

H. PENILAIAN

- v. Teknik Penilaian: Tes
w. Bentuk Instrumen: Uraian

I. INSTRUMEN

1. Ditentukan matriks-matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, carilah matriks

- b. $2A$ b. $-2B$ c. $\frac{2}{5}(A+B)$ d. $(5A-2B)^t$

14. Jika H adalah matriks berordo 3x3, tentukan matriks H dari persamaan berikut:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -1 & 0 & 4 \\ 6 & -7 & 8 \end{pmatrix} - 5H = \begin{pmatrix} -3 & -8 & 15 \\ 4 & 20 & -11 \\ 1 & -2 & -12 \end{pmatrix}$$

15. Tentukan hasil perkalian matriks berikut:

- a. $\begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix}$
- b. $\begin{pmatrix} 4 & 8 & -9 \\ 1 & -6 & 4 \\ -3 & 6 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 9 & 7 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -6 & 3 \\ 3 & 6 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

16. Ditentukan matriks-matriks $P = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ dan $R = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$. Carilah matriks $P(QR)$, $(PQ)R$, $(PQ)'$ dan $P'Q'$

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (Determinan dan Invers Matriks 2 x 2)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 4)

RRR. KOMPETENSI INTI:

KI-45. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

KI-46. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI-47. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI-48. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

SSS. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

TTT. INDIKATOR

11. Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks
12. Mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.

UUU. TUJUAN PEMBELAJARAN

15. Siswa dapat memahami prosedur operasi pada matriks.
16. Siswa dapat menggunakan prosedur untuk menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan matriks dan operasinya

VVV. MATERI PEMBELAJARAN

e. Determinan.

Untuk setiap matriks persegi terdapat suatu bilangan tertentu yang disebut determinan. Determinan matriks adalah jumlah semua hasil perkalian elementer yang bertanda dari A dan dinyatakan dengan $\det(A)$ atau $|A|$ (Howard Anton, 1991 : hal 67).

Yang diartikan dengan sebuah hasil perkalian elementer bertanda dari suatu matriks A adalah sebuah hasil perkalian elementer pada suatu kolom dengan +1 atau -1.

Untuk mengetahui tanda +1 atau -1 dalam menentukan determinan suatu matriks yaitu dengan menggunakan permutasi sesuai besar peringkat matriks tersebut dan ada atau tidaknya invers pada hasil permutasi peringkat matriks tersebut.

Invers terjadi pada suatu permutasi jika terdapat bilangan yang lebih besar mendahului bilangan yang lebih kecil pada kolom. Jika banyak invers genap dan nol maka tanda +1 dan jika banyak invers ganjil maka tanda -1.

Misal :

3. Determinan untuk ordo 2x2 maka bentuk matriks seperti ini :

$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ permutasi dari bilangan bulat 1 dan 2 diambil bersama adalah $2! = 2$ yaitu 1 2 dan 2 1 (untuk kolom) sedangkan baris menjadi patokan dan selalu berurut. Sehingga determinan dari matriks berordo 2x2 adalah $+1(a_{11}.a_{22})-1(a_{12}.a_{21}) = a_{11}.a_{22} - a_{12}.a_{21}$. jika matriks dalam bentuk $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ maka untuk mencari determinannya lebih dikenal dengan bentuk **ad – bc**.

f. Invers Matriks

Jika A dan B matriks persegi nxn sedemikian hingga $AB=BA=I$, B disebut invers A ($B=A^{-1}$) dan A disebut invers B ($A=B^{-1}$) sehingga berlaku

$A A^{-1} = A^{-1} A = I$, I adalah identitas.

Invers matriks A dirumuskan $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj}(A)$

Pembuktian :

Misal matriks 2x2, matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan misalkan invers matriks A adalah $A^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ u & v \end{bmatrix}$. Berdasarkan pengertian invers matriks, maka berlaku $AA^{-1}=I$, dengan I matriks identitas.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ u & v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ax + bu & ay + bv \\ cx + du & cy + dv \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan matriks maka diperoleh:

$$ax + bu = 1 \quad (1)$$

$$cx + du = 0 \quad (2)$$

$$ay + bv = 0 \quad (3)$$

$$cy + dv = 1 \quad (4)$$

dari persamaan-persamaan dilakukan eliminasi untuk menentukan nilai x, y, u, dan v.

$$\begin{array}{lcl} ax + bu = 1 & \text{xd} & \left| \begin{array}{l} adx + bdu = d \\ bcx + bdu = 0 \end{array} \right. \\ cx + du = 0 & \text{xb} & \left| \begin{array}{l} adx - bcx = d \\ x(ad-bc) = d \end{array} \right. \end{array}$$

$$x(ad-bc) = d$$

$$x = \frac{d}{ad-bc}$$

substitusikan x pada persamaan (2), sehingga diperoleh $u = \frac{-c}{ad-bc}$, dengan cara yang sama

seperti diatas, akan diperoleh juga $y = \frac{-b}{ad-bc}$, dan $v = \frac{a}{ad-bc}$. Dengan demikian $A^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{ad-bc} & \frac{-b}{ad-bc} \\ \frac{-c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}, \text{ dengan } ad-bc \neq 0$$

Maka invers matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ adalah $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

Sehingga rumus invers matriks adalah $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj}(A)$

21. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : Saintifik

Metode : Diskusi

22. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

23. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

Kegiatan Pendahuluan : 10 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Kegiatan pendahuluan	- Guru menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran; - Guru bertanya dan mengingatkan kembali mengenai operasi bentuk matriks; - Guru menyampaikan tujuan yang akan dipelajari; - Guru membagi siswa ke dalam 6 kelompok secara heterogen serta membagikan LKS.	- Siswa mengikuti arahan dari guru; - Siswa mengingat kembali mengenai operasi bentuk matriks; - Siswa menyimak apa yang disampaikan oleh guru; - Siswa membentuk kelompok sesuai yang diperintahkan oleh guru.	10 menit

Kegiatan Inti : 70 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Mengamati	Guru memerintahkan siswa untuk mengamati permasalahan yang ada dalam LKS.	Siswa mengamati permasalahan yang diberikan oleh guru.	10 menit
2.	Menanya	Guru mendorong siswa untuk mengajukan pertanyaan terkait hal-hal yang diamati atau dicermati.	Siswa bertanya kepada guru yang berkaitan dengan hal yang sedang di amati.	10 menit
3	Mengumpulkan data	Guru memerintahkan siswa berdiskusi untuk mengerjakan soal yang berkaitan dengan matriks.	Siswa berdiskusi secara kelompok untuk mengerjakan soal yang ada di dalam LKS.	25 menit
4.	Mengasosiasi	- Guru mengawasi siswa dalam proses diskusi; - Guru memerintahkan siswa untuk memeriksa kembali hasil diskusinya.	Siswa menganalisis dan memeriksa kembali jawaban yang akan di presentasikan.	10 menit
5.	Mengkomunikasi	Guru menunjuk salah satu kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusinya.	Kelompok yang ditunjuk mempresentasikan hasil diskusinya.	15 menit

Kegiatan Penutup : 15 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Penutup	- Guru menjelaskan salah satu soal yang kurang dipahami oleh siswa; - Guru membagikan soal sebagai bentuk evaluasi;	- Siswa menyimak yang disampaikan oleh guru; - Siswa menjawab soal yang diberikan guru;	15 menit

		• Guru memerintahkan kepada siswa untuk mengumpulkan jawaban dari soal evaluasi; • Guru memerintahkan kepada ketua murid untuk disiapkan karena pembelajaran telah selesai.	• Siswa mengumpulkan jawaban soal evaluasi; • Ketua murid menyiapkan, karena pembelajaran telah selesai	
--	--	--	--	--

H. PENILAIAN

- x. Teknik Penilaian: Tes
- y. Bentuk Instrumen: Uraian

O. INSTRUMEN

17. Diketahui

$$\text{matriks } A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 7 \end{bmatrix},$$

Jika $M = A + B$, maka invers M adalah $M^{-1} = \dots\dots$

18. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} \frac{6}{x} & -\frac{10}{x} \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ dan matriks $B = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$. Jika $A^T = B^{-1}$ dengan

A^T = transpos matriks A , maka berapa nilai dari $2x$?

19. Jika $A = \begin{bmatrix} 7 & k \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$, A^{-1} merupakan invers dari matriks A , A dan A^{-1} mempunyai

determinan yang sama dan positif, maka tentukan nilai k yang memenuhi!

20. Jika X adalah invers dari matriks $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$, maka tentukan matriks X^2 !

**RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN
(RPP)**

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (Persamaan Matriks)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 5)

WWW. KOMPETENSI INTI:

KI-49. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

KI-50. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI-51. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI-52. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

XXX. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

3.8 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 .

YYY. INDIKATOR

13. Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks

14. Mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.

ZZZ. TUJUAN PEMBELAJARAN

17. Siswa dapat menentukan determinan matriks 3×3

18. Siswa dapat menentukan invers matriks 3×3

AAAA. MATERI PEMBELAJARAN

Persamaan matriks

Setelah memahami pengertian invers matriks, sekarang kita mempelajari cara menyelesaikan soal yang berhubungan dengan invers matriks. Sebagai contoh adalah menyelesaikan persamaan matriks berbentuk $A.X = B$ atau $X.A = B$, dengan A , B , dan X adalah matriks-matriks berordo 2×2 . Agar X ada (dapat ditentukan) disyaratkan bahwa

matriks A haruslah matriks non singular, sehingga matriks A mempunyai invers A^{-1} .

b. Persamaan bentuk $A . X = B$

Untuk persamaan $AX = B$, kalikan persamaan matriks tersebut dengan A^{-1} dari arah kiri.

$$A^{-1} . (A.X) = A^{-1} . B$$

$$(A^{-1} . A) X = A^{-1} . B$$

$$I . X = A^{-1} . B, \text{ sebab } A^{-1} . A = I$$

$$X = A^{-1} . B, \text{ sebab } I . X = X . I = X$$

Jadi jika $A.X = B$, maka $X = A^{-1} . B$

b. Persamaan berbentuk $X.A = B$

Untuk persamaan $A X = B$, kalikan persamaan matriks tersebut dengan A^{-1} dari arah kanan.

$$(X.A) . A^{-1} = B . A^{-1}$$

$$X.(A . A^{-1}) = B . A^{-1}$$

$$X . I = B . A^{-1}, \text{ sebab } A . A^{-1} = I$$

$$X = B \cdot A^{-1}, \text{ sebab } I \cdot X = X \cdot I = X$$

Jadi jika $X \cdot A = B$, maka $X = B \cdot A^{-1}$

Contoh :

Diketahui matriks-matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

Tentukan matriks X berordo 2x2 yang memenuhi persamaan :

a. $A \cdot X = B$

b. $X \cdot A = B$

Jawab :

$$\text{Det.} A = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} = 15 - 14 = 1, \text{ sehingga } A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}.$$

b. Untuk persamaan matriks $A \cdot X = B$ penyelesaiannya adalah

$$X = A^{-1} \cdot B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & -1 \\ -29 & 2 \end{bmatrix}$$

b. Untuk persamaan matriks $X \cdot A = B$ penyelesaiannya adalah

$$X = B \cdot A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & -7 \\ -11 & 5 \end{bmatrix}$$

24. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : Saintifik

Metode : Diskusi

25. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

26. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

Kegiatan Pendahuluan : 10 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Kegiatan	• Guru	• Siswa mengikuti arahan dari guru;	10

	pendahuluan	menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran; • Guru bertanya dan mengingatkan kembali mengenai cara menentukan determinan matriks 2 X 2; • Guru menyampaikan tujuan yang akan dipelajari; • Guru membagi siswa ke dalam 6 kelompok secara heterogen serta membagikan LKS.	• Siswa mengingat kembali mengenai cara menentukan determinan matriks 2 X 2; • Siswa menyimak apa yang disampaikan oleh guru; • Siswa membentuk kelompok sesuai yang diperintahkan oleh guru.	menit
No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Mengamati	Guru memerintahkan siswa untuk mengamati permasalahan yang ada dalam LKS.	Siswa mengamati permasalahan yang diberikan oleh guru.	10 menit
2.	Menanya	Guru mendorong	Siswa bertanya kepada guru yang	10

		siswa untuk mengajukan pertanyaan terkait hal-hal yang diamati atau dicermati.	berkaitan dengan hal yang sedang di amati.	menit
3	Mengumpulkan data	Guru memerintahkan siswa berdiskusi untuk mengerjakan soal yang berkaitan dengan matriks.	Siswa berdiskusi secara kelompok untuk mengerjakan soal yang ada di dalam LKS.	25 menit
4.	Mengasosiasi	- Guru mengawasi siswa dalam proses diskusi; - Guru memerintahkan siswa untuk memeriksa kembali hasil diskusinya.	Siswa menganalisis dan memeriksa kembali jawaban yang akan di presentasikan.	10 menit
5.	Mengkomunikasi	Guru menunjuk salah satu kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusinya.	Kelompok yang ditunjuk mempresentasikan hasil diskusinya.	15 menit

Kegiatan Penutup : 15 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Penutup	- Guru menjelaskan salah satu soal yang kurang dipahami oleh siswa; - Guru membagikan soal sebagai bentuk evaluasi;	- Siswa menyimak yang disampaikan oleh guru; - Siswa menjawab soal yang diberikan guru;	15 menit

		• Guru memerintahkan kepada siswa untuk mengumpulkan jawaban dari soal evaluasi; • Guru memerintahkan kepada ketua murid untuk disiapkan karena pembelajaran telah selesai.	• Siswa mengumpulkan jawaban soal evaluasi; • Ketua murid menyiapkan, karena pembelajaran telah selesai	
--	--	--	--	--

H. PENILAIAN

z. Teknik Penilaian: Tes

aa. Bentuk Instrumen: Uraian

P. INSTRUMEN

1. Jika matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ memenuhi $AX = B$, maka tentukan matriks X!

5. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, Jika $AC = B$ dan C^{-1} adalah invers matriks C, maka tentukan determinan matriks C^{-1} !

6. Matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ memenuhi persamaan $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ Nilai dari $a + b + c + d = \dots$

7. Tentukan nilai a dari persamaan matriks

$$\begin{bmatrix} 5 & 30 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & a+3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

**RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN
(RPP)**

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (Determinan dan Invers Matriks 3 x 3)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 6)

BBBB. KOMPETENSI INTI:

KI-53. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

KI-54. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI-55. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI-56. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

CCCC. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

3.9 Menganalisis sifat-sifat determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3 .

DDDD. INDIKATOR

15. Mengidentifikasi sifat-sifat suatu konsep matriks

16. Mengenal syarat yang menentukan suatu konsep dalam matriks.

EEEE. TUJUAN PEMBELAJARAN

19. Siswa dapat menentukan determinan matriks 3×3

20. Siswa dapat menentukan invers matriks 3×3

FFFF. MATERI PEMBELAJARAN

4. Determinan untuk ordo 3x3

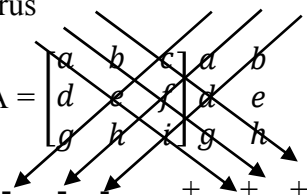
Maka bentuk matriks seperti $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, permutasi dari bilangan bulat 1, 2

dan 3 diambil bersama adalah $3! = 6$ yaitu 123, 132, 213, 231, 312, dan 321 (untuk kolom) sedangkan baris menjadi patokan dan selalu berurut. Sehingga determinan dari matriks berordo 3x3 adalah $+1(a_{11}.a_{22}.a_{33})-1(a_{11}.a_{23}.a_{32})-1(a_{12}.a_{21}.a_{31})+1(a_{12}.a_{23}.a_{31})+1(a_{13}.a_{21}.a_{32})-1(a_{13}.a_{22}.a_{31})$.

Untuk mempermudah dalam mencari determinan maka berlaku :

c) Metode Sarrus

Misal matriks $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$

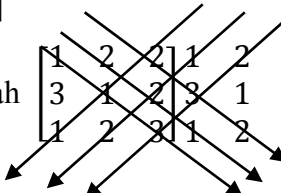


Maka $|A| = aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$.

Cara ini hanya berlaku pada matriks berordo 3x3.

Contoh: $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

Maka $\det(D) = |D|$ adalah



$$|D| = (1 \times 1 \times 3) + (2 \times 2 \times 1) + (2 \times 3 \times 2) - (2 \times 1 \times 1) - (1 \times 2 \times 2) - (2 \times 3 \times 3) \\ = 3 + 4 + 12 - 2 - 4 - 12 = 0$$

d) Metode Minor dan Kofaktor

Minor suatu matriks A dilambangkan dengan M_{ij} adalah matriks bagian dari A yang diperoleh dengan cara menghilangkan elemen-elemennya pada baris ke- i dan elemen-elemen pada kolom ke- j .

Contoh:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ maka :

|

$$M_{11} = \begin{bmatrix} \cancel{1} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$M_{12} = \begin{bmatrix} \cancel{1} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ 0 & \cancel{2} & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$M_{13} = \begin{bmatrix} \cancel{1} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ 0 & 2 & \cancel{1} \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

M_{11} , M_{12} dan M_{13} merupakan submatriks hasil ekspansi baris ke-1 dari matriks A.

Kofaktor suatu elemen baris ke-i dan kolom ke-j dari matriks A dilambangkan dengan $\alpha_{ij} = (-1)^{i+j} |M_{ij}|$, dari matriks A tersebut kofaktor a_{11} dilambangkan dengan α_{11} yaitu

$$(-1)^{1+1} |M_{11}|$$

Untuk mencari $\det(A)$ dengan metode minor dan kofaktor cukup mengambil satu ekspansi saja misal ekspansi baris ke-1 atau kolom ke-1.

Sehingga

Contoh :

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \text{ untuk mencari } |H| \text{ dengan metode minor dan kofaktor adalah}$$

harus mencari determinan minornya terlebih dahulu yang diperoleh dari ekspansi baris ke-1, yaitu $\det(M_{11})$, $\det(M_{12})$, $\det(M_{13})$, maka,

$$|M_{11}| = (2 \times 2) - (1 \times 0) = 4$$

$$|M_{12}| = (0 \times 2) - (1 \times 2) = -2$$

$$|M_{13}| = (0 \times 0) - (2 \times 2) = -4$$

$$\begin{aligned} |H| &= h_{11}\alpha_{11} + h_{12}\alpha_{12} + h_{13}\alpha_{13} \\ &= h_{11} \cdot (-1)^{1+1} |M_{11}| + h_{12} \cdot (-1)^{1+2} |M_{12}| + h_{13} \cdot (-1)^{1+3} |M_{13}| \\ &= (1 \cdot 4) + (2 \cdot (-1 \cdot -2)) + (1 \cdot -4) \\ &= 4 + 4 - 4 = 4 \end{aligned}$$

g. Adjoin matriks

Adalah transpose dari kofaktor-kofaktor matriks tersebut, dilambangkan dengan $\text{adj } A =$

$$(\alpha_{ij})^T$$

Contoh

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ kita telah mengetahui sebelumnya } \alpha_{11}=4, \alpha_{12}=2,$$

$$\alpha_{13}=-4,$$

$$\alpha_{21}=(-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -4, \alpha_{22}=(-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\alpha_{23}=(-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 4, \alpha_{31}=(-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\alpha_{32}=(-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1, \alpha_{33}=(-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2$$

$$\text{maka adj } H = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{31} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \alpha_{32} \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} & \alpha_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ -4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

h. Invers Matriks

Jika A dan B matriks persegi nxn sedemikian hingga $AB=BA=I$, B disebut invers A ($B=A^{-1}$) dan A disebut invers B ($A=B^{-1}$) sehingga berlaku

$A A^{-1} = A^{-1} A = I$, I adalah identitas.

Invers matriks A dirumuskan $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj}(A)$

27. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : Saintifik

Metode : Diskusi

28. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

29. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

Kegiatan Pendahuluan : 10 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Kegiatan pendahuluan	Guru menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses	Siswa mengikuti arahan dari guru;	10 menit

		pembelajaran; • Guru bertanya dan mengingatkan kembali mengenai cara menentukan determinan dan invers matriks; • Guru menyampaikan tujuan yang akan dipelajari; • Guru membagi siswa ke dalam 6 kelompok secara heterogen serta membagikan LKS.	• Siswa mengingat kembali mengenai cara menentukan determinan dan invers matriks; • Siswa menyimak apa yang disampaikan oleh guru; • Siswa membentuk kelompok sesuai yang diperintahkan oleh guru.	
--	--	--	--	--

Kegiatan Inti : 70 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Mengamati	Guru memerintahkan siswa untuk mengamati permasalahan yang ada dalam LKS.	Siswa mengamati permasalahan yang diberikan oleh guru.	10 menit
2.	Menanya	Guru mendorong siswa untuk mengajukan pertanyaan terkait hal-hal yang diamati atau dicermati.	Siswa bertanya kepada guru yang berkaitan dengan hal yang sedang di amati.	10 menit
3	Mengumpulkan data	Guru memerintahkan siswa berdiskusi untuk mengerjakan soal yang berkaitan dengan matriks.	Siswa berdiskusi secara kelompok untuk mengerjakan soal yang ada di dalam LKS.	25 menit
4.	Mengasosiasi	• Guru mengawasi siswa dalam proses diskusi; • Guru memerintahkan	Siswa menganalisis dan memeriksa kembali jawaban yang akan di	10 menit

		siswa untuk memeriksa kembali hasil diskusinya.	presentasikan.	
5.	Mengkomunikasi	Guru menunjuk salah satu kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusinya.	Kelompok yang ditunjuk mempresentasikan hasil diskusinya.	15 menit

Kegiatan Penutup : 15 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Penutup	- Guru menjelaskan salah satu soal yang kurang dipahami oleh siswa; - Guru membagikan soal sebagai bentuk evaluasi; - Guru memerintahkan kepada siswa untuk mengumpulkan jawaban dari soal evaluasi; - Guru memerintahkan kepada ketua murid untuk disiapkan karena pembelajaran telah selesai.	- Siswa menyimak yang disampaikan oleh guru; - Siswa menjawab soal yang diberikan guru; - Siswa mengumpulkan jawaban soal evaluasi; - Ketua murid menyiapkan, karena pembelajaran telah selesai	15 menit

H. PENILAIAN

bb. Teknik Penilaian: Tes

cc. Bentuk Instrumen: Uraian

Q. INSTRUMEN

21. Tentukan determinan dari :

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 9 & 16 \\ 0 & 0 & 0 \\ 24 & 16 & 8 \end{bmatrix}$$

22. Carilah invers dari matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (SPLDV dan SPLTV)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 7)

GGGG. KOMPETENSI INTI:

KI-57. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

KI-58. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI-59. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI-60. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

HHHH. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

III. INDIKATOR

3. Mengubah suatu bentuk representasi ke bentuk lainnya dalam matriks.

JJJJ. TUJUAN PEMBELAJARAN

21. Siswa dapat mengubah dan menyelesaikan sistem persamaan linear dua variabel dengan cara matriks
22. Siswa dapat mengubah dan menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan cara matriks

KKKK. MATERI PEMBELAJARAN

Invers matriks dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear.

Contoh :

Selesaikan sistem persamaan linear berikut dengan matriks

$$\begin{cases} x + 7y = 13 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$$

Jawab :

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{5-14} \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-9} \begin{bmatrix} 9 \\ -18 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

jadi $x = -1$, dan $y = 2$

30. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : Saintifik

Metode : Diskusi

31. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

32. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

Kegiatan Pendahuluan : 10 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Kegiatan pendahuluan	• Guru menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran; • Guru bertanya dan mengingatkan kembali mengenai cara mengubah bentuk SPLDV ke dalam bentuk matriks; • Guru menyampaikan tujuan yang akan dipelajari; • Guru membagi siswa ke dalam 6 kelompok secara heterogen serta membagikan LKS.	• Siswa mengikuti arahan dari guru; • Siswa mengingat kembali mengenai cara mengubah bentuk SPLDV ke dalam bentuk matriks; • Siswa menyimak apa yang disampaikan oleh guru; • Siswa membentuk kelompok sesuai yang diperintahkan oleh guru.	10 menit

Kegiatan Inti : 70 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
----	----------	---------------	----------------	-------

1.	Mengamati	Guru memerintahkan siswa untuk mengamati permasalahan yang ada dalam LKS.	Siswa mengamati permasalahan yang diberikan oleh guru.	10 menit
2.	Menanya	Guru mendorong siswa untuk mengajukan pertanyaan terkait hal-hal yang diamati atau dicermati.	Siswa bertanya kepada guru yang berkaitan dengan hal yang sedang di amati.	10 menit
3	Mengumpulkan data	Guru memerintahkan siswa berdiskusi untuk mengerjakan soal yang berkaitan dengan matriks.	Siswa berdiskusi secara kelompok untuk mengerjakan soal yang ada di dalam LKS.	25 menit
4.	Mengasosiasi	- Guru mengawasi siswa dalam proses diskusi; - Guru memerintahkan siswa untuk memeriksa kembali hasil diskusinya.	Siswa menganalisis dan memeriksa kembali jawaban yang akan di presentasikan.	10 menit
5.	Mengkomunikasi	Guru menunjuk salah satu kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusinya.	Kelompok yang ditunjuk mempresentasikan hasil diskusinya.	15 menit

Kegiatan Penutup : 15 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Penutup	- Guru menjelaskan salah satu soal yang kurang dipahami oleh siswa; - Guru membagikan soal sebagai bentuk evaluasi; - Guru memerintahkan	- Siswa menyimak yang disampaikan oleh guru; - Siswa menjawab soal yang diberikan guru; - Siswa mengumpulkan	15 menit

		kepada siswa untuk mengumpulkan jawaban dari soal evaluasi; • Guru memerintahkan kepada ketua murid untuk disiapkan karena pembelajaran telah selesai.	jawaban soal evaluasi; • Ketua murid menyiapkan, karena pembelajaran telah selesai	
--	--	---	---	--

H. PENILAIAN

dd. Teknik Penilaian: Tes

ee. Bentuk Instrumen: Uraian

R. INSTRUMEN

1. Carilah nilai x dan y pada sistem persamaan linier berikut dengan cara matriks !

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 7 \\ 3x + 4y &= 10 \end{aligned}$$

23. Carilah nilai x , y dan z pada sistem persamaan linier berikut dengan cara matriks !

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 8 \\ 3x + 4y - 2z = 5 \\ x + 2y + 2z = 11 \end{cases}$$

24. Sinta membeli 2kg jeruk dan 3 kg apel. Ia harus membayar rp 86 000,-. Sedangkan Nani harus membayar rp120 000,- untuk 1kg jeruk dan 5kg apel yang dibelinya. Tentukan :
- Sistem persamaan linier dua variabel dari masalah tersebut
 - Determinan matriks koefisien persoalan tersebut
 - Harga 3kg jeruk dan 1kg apel yang dibeli Ita dari toko itu.

**RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN
(RPP)**

Satuan Pendidikan : SMK TI PEMBANGUNAN CIMAHI
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas : XI
Semester : 1 (Satu)
Materi Pokok : Matriks (Aturan Cramer)
Alokasi Waktu : 2 x 45 Menit (Pertemuan 8)

LLLL. KOMPETENSI INTI:

KI-61. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.

KI-62. Menghayati dan mengamalkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif dan pro-aktif dan menunjukkan sikap sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta dalam menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.

KI-63. Memahami, menerapkan, menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural berdasarkan rasa ingintahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.

KI-64. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, dan mampu menggunakan metode sesuai kaidah keilmuan.

MMMM. KOMPETENSI DASAR DAN INDIKATOR:

4.6 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan determinan dan invers matriks berordo 2×2 dan 3×3

NNNN. INDIKATOR

4. Mengubah suatu bentuk representasi ke bentuk lainnya dalam matriks.

OOOO. TUJUAN PEMBELAJARAN

23. Siswa dapat menentukan determinan dengan aturan cramer
24. Siswa dapat menyelesaikan sistem persamaan linear dengan aturan cramer pada matriks

PPPP. MATERI PEMBELAJARAN

Menyelesaikan Sistem Persamaan Linier dengan Aturan Cramer

Diketahui sistem persamaan linier

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 = b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 = b_2$$

$$a_{31} x_1 + a_{32} x_2 + a_{33} x_3 = b_3$$

dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian Dengan Aturan Cramer adalah sbb:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad Dx_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad Dx_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix} \quad Dx_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

$$\text{Maka } x_1 = \frac{Dx_1}{D} \quad x_2 = \frac{Dx_2}{D} \quad x_3 = \frac{Dx_3}{D}$$

Contoh

2. Dari sistem persamaan linier (SPL) :

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 6$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 3$$

$$-x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1,$$

Selesaikan dengan Aturan Cramer

Jawab :

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= [1 \cdot 1 \cdot 2 + 1(-1)(-1) + 2 \cdot 2 \cdot 2] - [2 \cdot (1)(-1) + 1(-1)(2) + 1 \cdot 2 \cdot 2]$$

$$= (2+1+8) - (-2+4-2) = 11 - 0 = 11$$

$$D_{x_1} = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = (12+1+12) - (-12+6-2) = 25 - (-8) = 25+8=33$$

$$D_{x_2} = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = (6+6-4) - (1+24-6) = 8-19=-11$$

$$D_{x_3} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = (-1-3+24) - (6-2-6) = 20+2=22$$

$$x_1 = \frac{D_{x_1}}{D} = \frac{33}{11} = 3$$

$$x_2 = \frac{D_{x_2}}{D} = \frac{-11}{11} = -1$$

$$x_3 = \frac{D_{x_3}}{D} = \frac{22}{11} = 2$$

$$\text{Jadi HP} = \{3, -1, 2\}$$

33. PENDEKATAN, MODEL, DAN METODE PEMBELAJARAN

Pendekatan : Saintifik

Metode : Diskusi

34. MEDIA, ALAT, DAN SUMBER PEMBELAJARAN

Alat : Spidol, *Whiteboard*, Penghapus, Lembar Kerja Siswa

Sumber : Buku Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI Semester 1

35. LANGKAH-LANGKAH KEGIATAN PEMBELAJARAN

Kegiatan Pendahuluan : 10 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Kegiatan pendahuluan	- Guru menyiapkan peserta didik secara psikis dan fisik untuk mengikuti proses pembelajaran; - Guru bertanya dan mengingatkan kembali mengenai cara mengubah bentuk SPLDV ke dalam bentuk matriks; - Guru menyampaikan tujuan yang akan dipelajari; - Guru membagi siswa ke dalam 6 kelompok secara heterogen serta membagikan LKS.	- Siswa mengikuti arahan dari guru; - Siswa mengingat kembali mengenai cara mengubah bentuk SPLDV ke dalam bentuk matriks; - Siswa menyimak apa yang disampaikan oleh guru; - Siswa membentuk kelompok sesuai yang diperintahkan oleh guru.	10 menit

Kegiatan Inti : 70 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
----	----------	---------------	----------------	-------

1.	Mengamati	Guru memerintahkan siswa untuk mengamati permasalahan yang ada dalam LKS.	Siswa mengamati permasalahan yang diberikan oleh guru.	10 menit
2.	Menanya	Guru mendorong siswa untuk mengajukan pertanyaan terkait hal-hal yang diamati atau dicermati.	Siswa bertanya kepada guru yang berkaitan dengan hal yang sedang di amati.	10 menit
3	Mengumpulkan data	Guru memerintahkan siswa berdiskusi untuk mengerjakan soal yang berkaitan dengan matriks.	Siswa berdiskusi secara kelompok untuk mengerjakan soal yang ada di dalam LKS.	25 menit
4.	Mengasosiasi	- Guru mengawasi siswa dalam proses diskusi; - Guru memerintahkan siswa untuk memeriksa kembali hasil diskusinya.	Siswa menganalisis dan memeriksa kembali jawaban yang akan di presentasikan.	10 menit
5.	Mengkomunikasi	Guru menunjuk salah satu kelompok untuk mempresentasikan hasil diskusinya.	Kelompok yang ditunjuk mempresentasikan hasil diskusinya.	15 menit

Kegiatan Penutup : 15 menit

No	Kegiatan	Kegiatan guru	Kegiatan siswa	Waktu
1.	Penutup	- Guru menjelaskan salah satu soal yang kurang dipahami oleh siswa; - Guru membagikan soal sebagai bentuk evaluasi; - Guru memerintahkan	- Siswa menyimak yang disampaikan oleh guru; - Siswa menjawab soal yang diberikan guru; - Siswa mengumpulkan	15 menit

		kepada siswa untuk mengumpulkan jawaban dari soal evaluasi; • Guru memerintahkan kepada ketua murid untuk disiapkan karena pembelajaran telah selesai.	jawaban soal evaluasi; • Ketua murid menyiapkan, karena pembelajaran telah selesai	
--	--	---	---	--

H. PENILAIAN

ff. Teknik Penilaian: Tes

gg. Bentuk Instrumen: Uraian

S. INSTRUMEN

1. Carilah nilai x dan y pada sistem persamaan linier berikut dengan aturan cramer pada matriks !

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 7 \\ 3x + 4y &= 10 \end{aligned}$$

25. Carilah nilai x , y dan z pada sistem persamaan linier berikut dengan aturan cramer pada matriks !

$$\begin{cases} 2x - 3y + 4z = 8 \\ 3x + 4y - 2z = 5 \\ x + 2y + 2z = 11 \end{cases}$$

LEMBAR KERJA SISWA

KELAS EKSPERIMEN

Pertemuan 1

Sekolah : SMK TI PEMBANGUNAN Cimahi

Mata Pelajaran : Matematika

Pokok Bahasan : Matriks

Sub Pokok Bahasan : Pengertian Matriks

Definisi Matriks

Matriks adalah suatu susunan elemen-elemen (bilangan atau huruf) berbentuk persegi atau persegi panjang yang diatur pada baris dan kolom serta ditempatkan dalam tanda kurung (kurung biasa atau kurung siku).

Bentuk umum matriks

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & a_{ij} & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Keterangan:

- a_{12} adalah elemen baris ke-1 dan kolom ke-2;
- Elemen-elemen: $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}$ disebut elemen-elemen penyusun baris 1;
- Elemen-elemen: $a_{12}, a_{22}, \dots, a_{m2}$ disebut elemen-elemen penyusun kolom 2;
- Dan a_{ij} adalah elemen baris ke- i dan kolom ke- j dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Jenis-Jenis Matriks

- Jenis Matriks Ditinjau dari Banyaknya Baris dan Kolom Penyusunnya
 - Matriks baris, yaitu matriks yang hanya memiliki satu baris;
 - Matriks kolom, yaitu matriks yang hanya memiliki satu kolom;
 - Matriks bujur sangkar, yaitu matriks yang banyak baris dan kolomnya sama.
- Jenis Matriks Ditinjau dari Elemen-Elemen Penyusunnya
 - Matriks Diagonal, yaitu matriks persegi yang semua elemennya adalah nol, kecuali elemen pada diagonalnya tidak semuanya bernilai nol, yaitu a_{ij} untuk $m = n$.
 - Matriks Identitas

- Matriks O , disebut matriks identitas terhadap penjumlahan jika untuk sembarang matriks A , berlaku $A + O = O + A = A$. Dan itu hanya dipenuhi apabila matriks O adalah matriks nol, yaitu suatu matriks yang semua elemennya bernilai nol.
 - Matriks I , disebut matriks identitas terhadap perkalian jika untuk sembarang matriks A berlaku $AI = A = IA$.
- c. Matriks Segitiga Atas dan Matriks Segitiga Bawah
- Matriks Segitiga Atas, yaitu matriks persegi yang semua elemen di bawah diagonalnya bernilai nol.
 - Matriks Segitiga Bawah, yaitu matriks persegi yang semua elemen di atas diagonalnya bernilai nol.

Transpose Suatu Matriks

Misalkan A adalah suatu matriks dengan ordo $(m \times n)$. Dari matriks A ini kita dapat membentuk suatu matriks baru yang diperoleh dengan cara:

- 5) Mengubah baris ke- i matriks A menjadi kolom ke- i matriks baru, dan;
- 6) Mengubah kolom ke- j matriks A menjadi baris ke- j matriks baru.

Temukan penyelesaian dari masalah di bawah ini!

2. Diketahui hasil pertandingan sepak bola Liga Spanyol pada pekan ke 10 periode Tahun 2013-2014 untuk 5 klub yang berada di papan atas klasemen sementara, sebagai berikut:

Kesebelasan	Main	Menang	Seri	Kalah
Barcelona	10	2	3	5
Atletico Madrid	10	2	3	5
Real Madrid	10	1	5	4
Malaya	10	2	2	6
Real Betis	10	1	3	6

- a. Buatlah data di atas ke dalam bentuk matriks ke dalam notasi A .
- b. Sebutkan semua bilangan dalam baris ke empat!
- c. Sebutkan semua bilangan dalam kolom pertama!

3. Berikan contoh matriks berordo:

- a. 2×2
- b. 1×1
- c. 2×4

- d. 5×3
- e. 3×4

4. Susunlah sebuah matriks berordo 2×3 jika diketahui:

$$a_{11} = 3 ; a_{12} = a_{21} = -5 ; a_{13} = -a_{11}$$

$$a_{22} = 2 a_{12} = -3 a_{23}$$

$$a_{31} = a_{32} = a_{33} = a_{11} + a_{21}$$

LEMBAR KERJA SISWA

KELAS EKSPERIMEN

Pertemuan 2

Sekolah : SMK TI PEMBANGUNAN Cimahi

Mata Pelajaran : Matematika

Pokok Bahasan : Matriks

Sub Pokok Bahasan : Kesamaan Matriks

Definisi Matriks

Matriks adalah suatu susunan elemen-elemen (bilangan atau huruf) berbentuk persegi atau persegi panjang yang diatur pada baris dan kolom serta ditempatkan dalam tanda kurung (kurung biasa atau kurung siku).

Bentuk umum matriks

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & a_{ij} & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Keterangan:

- e. a_{12} adalah elemen baris ke-1 dan kolom ke-2;
- f. Elemen-elemen: $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}$ disebut elemen-elemen penyusun baris 1;
- g. Elemen-elemen: $a_{12}, a_{22}, \dots, a_{m2}$ disebut elemen-elemen penyusun kolom 2;
- h. Dan a_{ij} adalah elemen baris ke- i dan kolom ke- j dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Kesamaan Dua Matriks

Definisi: Misalkan $A = (a_{ij})$ dan $B = (b_{ij})$ adalah dua buah matriks yang berordo sama.

Matriks A dikatakan sama dengan matriks B jika elemen-elemen yang seletak pada kedua matriks bernilai sama.

Temukan penyelesaian dari masalah di bawah ini!

5. Tentukan :

$$\begin{bmatrix} -a & b+2 \\ c-4 & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -7 \\ -4 & a-1 \end{bmatrix}.$$

Nilai $a + b + c + d$ adalah

6. Diketahui matriks A dan B berordo 3x3

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & -3 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ dan } B = \begin{pmatrix} x & x+y & y+z \\ z-a & b & b+2c \\ x+d & y-e & e+f \end{pmatrix}$$

Jika $A = B$, tentukan nilai a, b, c, d, e, f, x, y dan z .

LEMBAR KERJA SISWA

KELAS EKSPERIMEN

Pertemuan 3

Sekolah : SMK TI PEMBANGUNAN Cimahi

Mata Pelajaran : Matematika

Pokok Bahasan : Matriks

Sub Pokok Bahasan : Operasi Matriks

36. Operasi Matriks dan Sifat-sifatnya

g. Penjumlahan dan Pengurangan dua Matriks

Penjumlahan Matriks, Jika $A + B = C$, maka elemen-elemen C diperoleh dari penjumlahan elemen-elemen A dan B yang seletak, yaitu $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ untuk C pada baris ke- i dan kolom ke- j . sehingga, matriks A dan B dapat dijumlahkan apabila kedua matriks memiliki ordo yang sama.

$$\text{Contoh } A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \text{ maka } A + B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} = C$$

Sifat-sifat penjumlahan matriks

11. $A+B = B+A$ (Komutatif)

12. $A+(B+C) = (A+B)+C$ (Assosiatif)

13. $A+O = O+A = A$

14. $(A+B)^T = A^T+B^T$

15. Ada B sedemikian hingga $A + B = B + A = 0$ yaitu $B = -A$

Pengurangan matriks, jika $A - B = C$, maka elemen-elemen C diperoleh dari pengurangan elemen-elemen A dan B yang seletak, yaitu $c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$ atau pengurangan dua matriks dapat dipandang sebagai penjumlahan matriks yaitu $A + (-B)$

$$\text{Contoh: } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \text{ maka } A-B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

h. Perkalian matriks dengan skalar.

Perkalian sebuah matriks dengan skalar, maka setiap unsur matriks tersebut terkalikan dengan skalar. Misalkan matriks A dikalikan dengan suatu bilangan real k maka kA diperoleh dari hasil kali setiap elemen A dengan k.

Contoh: $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ maka $3A = 3 \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 9 & 6 \end{bmatrix}$

Jika a dan b bilangan real (skalar) dan matriks A dan matriks B merupakan dua matriks dengan ordo sama sehingga dapat dilakukan operasi hitung. Maka berlaku sifat-sifat perkalian matriks dengan skalar:

13. $a(A+B) = aA+aB$

14. $a(A-B) = aA-aB$

15. $(a+b)B = aB+bB$

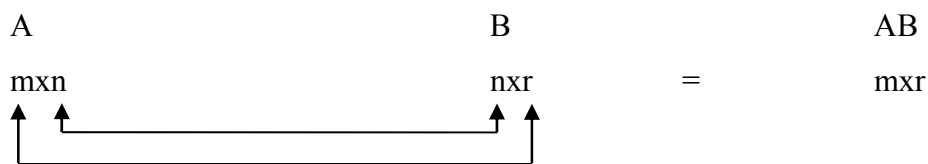
16. $(a-b)B = aB-bB$

17. $(ab)B = a(bB)$

18. $(aB)^T = aB^T$

i. Perkalian Dua Matriks

Dua buah matriks atau lebih (misal matriks AB) dapat dikalikan jika dan hanya jika jumlah kolom pada matriks A sama dengan jumlah baris pada matriks B. jadi $A_{mxn}B_{nrx}$ bias didefinisikan, tapi $B_{nrx}A_{mxn}$ tidak dapat didefinisikan.



sehingga hasil kali matriks AB berordo mxr .

Catatan:

- Perkalian 2 matriks AB dapat didefinisikan, jika **banyaknya kolom matriks A = banyaknya baris matriks B.**
- Hasil kali dua matriks AB adalah suatu matriks dengan banyaknya baris = banyaknya baris matriks A dan banyaknya kolom = banyaknya kolom matriks B.

- Pada umumnya $AB \neq BA$
- Apabila A suatu matriks persegi maka $A^2 = A.A$; $A^3 = A^2.A$;
 $A^4 = A^3.A$ dan seterusnya.
- Apabila $AB=BC$ maka tidak dapat disimpulkan bahwa $A = C$.
- Apabila $AB=0$ maka tidak dapat disimpulkan bahwa $A=0$ atau $B=0$

Contoh perkalian matriks:

7. Perkalian matriks berordo $1 \times a$ dengan $a \times 1$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, A_{1 \times 3} B_{3 \times 1} = [(1 \times 3) + (2 \times 2) + (3 \times 1)]$$

$$= [10]$$

Hasil kalinya merupakan matriks berordo 1×1 .

8. Perkalian matriks berordo $a \times 1$ dengan $1 \times a$

$$A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ dan } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}, A_{3 \times 1} B_{1 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 \times 1 & 1 \times 2 & 1 \times 3 \\ 2 \times 1 & 2 \times 2 & 2 \times 3 \\ 3 \times 1 & 3 \times 2 & 3 \times 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$

Hasil kalinya merupakan matriks berordo 3×3 .

9. Perkalian matriks berordo $m \times n$ dengan matriks $n \times r$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A_{2 \times 2} B_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} (2 \times 1) + (5 \times 3) & (2 \times 2) + (5 \times 1) & (2 \times 3) + (5 \times 2) \\ (1 \times 1) + (3 \times 3) & (1 \times 2) + (3 \times 1) & (1 \times 3) + (3 \times 2) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 17 & 9 & 16 \\ 9 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

Sifat-sifat perkalian matriks dengan matriks antara lain :

15. $A(BC) = (AB)C$

16. $A(B+C) = AB + AC$

17. $(B+C)A = BA + CA$

18. $A(B-C) = AB - AC$

$$19. (B-C)A = BA - CA$$

$$20. a(BC) = (aB)C = B(aC)$$

$$21. AI = IA = A$$

Temukan penyelesaian dari masalah di bawah ini!

1. Jika X adalah matriks berordo 2x2, tentukan matriks X dari :

$$a. \quad 2 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} + X = 3 \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$$

$$b. \quad \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} - 3X = \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ -8 & 6 \end{bmatrix}$$

2. Diketahui $A = \begin{bmatrix} a & 4 \\ 2b & 3c \end{bmatrix}$ dan $B = \begin{bmatrix} 2a-3b & 2a+1 \\ a & b+7 \end{bmatrix}$

Jika $A = 2B^T$, tentukan nilai $a + b + c$!

3. Jika $3 \begin{bmatrix} p & 2 \\ r & s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p & q \\ -1 & 2s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & p+q \\ r+s & 3 \end{bmatrix}$

Tentukan nilai p , q , r , dan s !

4. Hitung perkalian matriks berikut :

a. $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$

$$\text{b. } \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\text{c. } \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & -2 & 3 \\ 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 3 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

5. Diketahui matriks-matriks sebagai berikut :

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Tentukan :

$$\text{a. } (A.B).C$$

$$\text{b. } A.(B.C)$$

6. Jika $P = \begin{bmatrix} 1 & a+b \\ b & c \end{bmatrix}$, $Q = \begin{bmatrix} a-1 & 0 \\ -c & d \end{bmatrix}$, dan $R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Tentukan nilai d jika $P + Q^T = R^2$!

7. Tentukan nilai x yang memenuhi persamaan :

$$\begin{bmatrix} 4 & x-2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -6 & 8 \\ -11 & -6 \end{bmatrix} = 2 \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

LEMBAR KERJA SISWA

KELAS EKSPERIMEN

Pertemuan 4

Sekolah : SMK TI PEMBANGUNAN Cimahi

Mata Pelajaran : Matematika

Pokok Bahasan : Matriks

Sub Pokok Bahasan : Determinan dan Invers Matriks 2 x 2

i. Determinan.

Untuk setiap matriks persegi terdapat suatu bilangan tertentu yang disebut determinan. Determinan matriks adalah jumlah semua hasil perkalian elementer yang bertanda dari A dan dinyatakan dengan $\det(A)$ atau $|A|$ (Howard Anton, 1991 : hal 67).

Yang diartikan dengan sebuah hasil perkalian elementer bertanda dari suatu matriks A adalah sebuah hasil perkalian elementer pada suatu kolom dengan +1 atau -1.

Untuk mengetahui tanda +1 atau -1 dalam menentukan determinan suatu matriks yaitu dengan menggunakan permutasi sesuai besar peringkat matriks tersebut dan ada atau tidaknya invers pada hasil permutasi peringkat matriks tersebut.

Invers terjadi pada suatu permutasi jika terdapat bilangan yang lebih besar mendahului bilangan yang lebih kecil pada kolom. Jika banyak invers genap dan nol maka tanda +1 dan jika banyak invers ganjil maka tanda -1.

Misal :

5. Determinan untuk ordo 2x2 maka bentuk matriks seperti ini :

$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ permutasi dari bilangan bulat 1 dan 2 diambil bersama adalah $2! = 2$ yaitu 1 2 dan 2 1 (untuk kolom) sedangkan baris menjadi patokan dan selalu berurut. Sehingga determinan dari matriks berordo 2x2 adalah $+1(a_{11}.a_{22}) - 1(a_{12}.a_{21}) = a_{11}.a_{22} - a_{12}.a_{21}$. jika matriks dalam bentuk $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ maka untuk mencari determinannya lebih dikenal dengan bentuk **ad – bc**.

j. Invers Matriks

Jika A dan B matriks persegi nxn sedemikian hingga $AB=BA=I$, B disebut invers A ($B=A^{-1}$) dan A disebut invers B ($A=B^{-1}$) sehingga berlaku

$A A^{-1} = A^{-1} A = I$, I adalah identitas.

Invers matriks A dirumuskan $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj}(A)$

Pembuktian :

Misal matriks 2x2, matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan misalkan invers matriks A adalah $A^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ u & v \end{bmatrix}$. Berdasarkan pengertian invers matriks, maka berlaku $AA^{-1}=I$, dengan I matriks identitas.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ u & v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ax + bu & ay + bv \\ cx + du & cy + dv \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan matriks maka diperoleh:

$$ax + bu = 1 \quad (1)$$

$$cx + du = 0 \quad (2)$$

$$ay + bv = 0 \quad (3)$$

$$cy + dv = 1 \quad (4)$$

dari persamaan-persamaan dilakukan eliminasi untuk menentukan nilai x, y, u, dan v.

$$\begin{array}{lcl} ax + bu = 1 & \times d & \left| \begin{array}{l} adx + bdu = d \\ bcx + bdu = 0 \end{array} \right. \\ cx + du = 0 & \times b & \left| \begin{array}{l} adx + bdu = d \\ bcx + bdu = 0 \end{array} \right. \\ & & \hline & & adx - bcx = d \\ & & x(ad-bc) = d \end{array}$$

$$x = \frac{d}{ad-bc}$$

substitusikan x pada persamaan (2), sehingga diperoleh $u = \frac{-c}{ad-bc}$, dengan cara yang sama

seperti diatas, akan diperoleh juga $y = \frac{-b}{ad-bc}$, dan $v = \frac{a}{ad-bc}$. Dengan demikian $A^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{ad-bc} & \frac{-b}{ad-bc} \\ \frac{-c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}, \text{ dengan } ad-bc \neq 0$$

Maka invers matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ adalah $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

Sehingga rumus invers matriks adalah $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj}(A)$

Temukan penyelesaian dari masalah di bawah ini!

1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2x & 5 \\ 9 & x+3 \end{bmatrix}$, dan $B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 13 & 3x \end{bmatrix}$

Tentukan nilai x, jika $\text{Det } A = \text{Det } B$

2. Tentukan nilai x nya :

a. $\begin{bmatrix} x & x \\ 3 & x-1 \end{bmatrix} = 5$

b. $\begin{bmatrix} 5x & 5 \\ 3x & x+3 \end{bmatrix} = 18$

3. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, dan $B = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Tentukan :

- a. A^{-1}
- b. B^{-1}
- c. $A.B$
- d. $B.A$
- e. $A^{-1}.B^{-1}$
- f. $B^{-1}.A^{-1}$
- g. $(AB)^{-1}$
- h. $(BA)^{-1}$

4. Diketahui $B = \begin{bmatrix} 9 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$, Tentukan :

a. A^{-1}

b. $A^{-1}.A$

c. $A.A^{-1}$

5. Jika $P = \begin{bmatrix} 1+x & x \\ -x & 1-x \end{bmatrix}$ dan P^{-1} adalah invers dari P

Tentukan $(P^{-1})^2$!

LEMBAR KERJA SISWA

KELAS EKSPERIMEN

Pertemuan 4

Sekolah : SMK TI PEMBANGUNAN Cimahi

Mata Pelajaran : Matematika

Pokok Bahasan : Matriks

Sub Pokok Bahasan : Determinan dan Invers Matriks 2 x 2

k. Determinan.

Untuk setiap matriks persegi terdapat suatu bilangan tertentu yang disebut determinan. Determinan matriks adalah jumlah semua hasil perkalian elementer yang bertanda dari A dan dinyatakan dengan $\det(A)$ atau $|A|$ (Howard Anton, 1991 : hal 67).

Yang diartikan dengan sebuah hasil perkalian elementer bertanda dari suatu matriks A adalah sebuah hasil perkalian elementer pada suatu kolom dengan +1 atau -1.

Untuk mengetahui tanda +1 atau -1 dalam menentukan determinan suatu matriks yaitu dengan menggunakan permutasi sesuai besar peringkat matriks tersebut dan ada atau tidaknya invers pada hasil permutasi peringkat matriks tersebut.

Invers terjadi pada suatu permutasi jika terdapat bilangan yang lebih besar mendahului bilangan yang lebih kecil pada kolom. Jika banyak invers genap dan nol maka tanda +1 dan jika banyak invers ganjil maka tanda -1.

Misal :

6. Determinan untuk ordo 2x2 maka bentuk matriks seperti ini :

$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ permutasi dari bilangan bulat 1 dan 2 diambil bersama adalah $2! = 2$ yaitu 1 2 dan 2 1 (untuk kolom) sedangkan baris menjadi patokan dan selalu berurut. Sehingga determinan dari matriks berordo 2x2 adalah $+1(a_{11}.a_{22}) - 1(a_{12}.a_{21}) = a_{11}.a_{22} - a_{12}.a_{21}$. jika matriks dalam bentuk $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ maka untuk mencari determinannya lebih dikenal dengan bentuk **ad – bc**.

I. Invers Matriks

Jika A dan B matriks persegi nxn sedemikian hingga $AB=BA=I$, B disebut invers A ($B=A^{-1}$) dan A disebut invers B ($A=B^{-1}$) sehingga berlaku

$A A^{-1} = A^{-1} A = I$, I adalah identitas.

Invers matriks A dirumuskan $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj}(A)$

Pembuktian :

Misal matriks 2x2, matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ dan misalkan invers matriks A adalah $A^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ u & v \end{bmatrix}$. Berdasarkan pengertian invers matriks, maka berlaku $AA^{-1}=I$, dengan I matriks identitas.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ u & v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ax + bu & ay + bv \\ cx + du & cy + dv \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan kesamaan matriks maka diperoleh:

$$ax + bu = 1 \quad (1)$$

$$cx + du = 0 \quad (2)$$

$$ay + bv = 0 \quad (3)$$

$$cy + dv = 1 \quad (4)$$

dari persamaan-persamaan dilakukan eliminasi untuk menentukan nilai x, y, u, dan v.

$$\begin{array}{lcl} ax + bu = 1 & \times d & \left| \begin{array}{l} adx + bdu = d \\ bcx + bdu = 0 \end{array} \right. \\ cx + du = 0 & \times b & \left| \begin{array}{l} adx + bdu = d \\ bcx + bdu = 0 \end{array} \right. \\ & & \hline & & adx - bcx = d \\ & & x(ad-bc) = d \end{array}$$

$$x = \frac{d}{ad-bc}$$

substitusikan x pada persamaan (2), sehingga diperoleh $u = \frac{-c}{ad-bc}$, dengan cara yang sama

seperti diatas, akan diperoleh juga $y = \frac{-b}{ad-bc}$, dan $v = \frac{a}{ad-bc}$. Dengan demikian $A^{-1} =$

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{ad-bc} & \frac{-b}{ad-bc} \\ \frac{-c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}, \text{ dengan } ad-bc \neq 0$$

Maka invers matriks $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ adalah $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

Sehingga rumus invers matriks adalah $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{Adj}(A)$

Temukan penyelesaian dari masalah di bawah ini!

1. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2x & 5 \\ 9 & x+3 \end{bmatrix}$, dan $B = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 13 & 3x \end{bmatrix}$

Tentukan nilai x, jika $\text{Det } A = \text{Det } B$

2. Tentukan nilai x nya :

a. $\begin{bmatrix} x & x \\ 3 & x-1 \end{bmatrix} = 5$

b. $\begin{bmatrix} 5x & 5 \\ 3x & x+3 \end{bmatrix} = 18$

3. Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$, dan $B = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

Tentukan :

- i. A^{-1}
- j. B^{-1}
- k. $A.B$
- l. $B.A$
- m. $A^{-1}.B^{-1}$
- n. $B^{-1}.A^{-1}$
- o. $(AB)^{-1}$
- p. $(BA)^{-1}$

4. Diketahui $B = \begin{bmatrix} 9 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$, Tentukan :

a. A^{-1}

b. $A^{-1}.A$

c. $A.A^{-1}$

5. Jika $P = \begin{bmatrix} 1+x & x \\ -x & 1-x \end{bmatrix}$ dan P^{-1} adalah invers dari P

Tentukan $(P^{-1})^2$!

LEMBAR KERJA SISWA

KELAS EKSPERIMEN

Pertemuan 6

Sekolah : SMK TI PEMBANGUNAN Cimahi

Mata Pelajaran : Matematika

Pokok Bahasan : Matriks

Sub Pokok Bahasan : Determinan dan Invers Matriks 3 x 3

7. Determinan untuk ordo 3x3

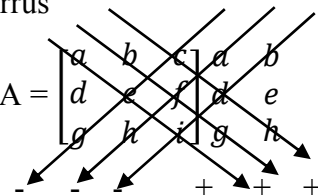
Maka bentuk matriks seperti $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$, permutasi dari bilangan bulat 1, 2

dan 3 diambil bersama adalah $3! = 6$ yaitu 123, 132, 213, 231, 312, dan 321 (untuk kolom) sedangkan baris menjadi patokan dan selalu berurut. Sehingga determinan dari matriks berordo 3x3 adalah $+1(a_{11}.a_{22}.a_{33})-1(a_{11}.a_{23}.a_{32})-1(a_{12}.a_{21}.a_{31})+1(a_{12}.a_{23}.a_{31})+1(a_{13}.a_{21}.a_{32})-1(a_{13}.a_{22}.a_{31})$.

Untuk mempermudah dalam mencari determinan maka berlaku :

e) Metode Sarrus

Misal matriks $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$

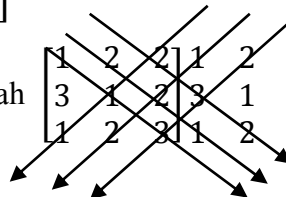


Maka $|A| = aei + bfg + cdh - ceg - afh - bdi$.

Cara ini hanya berlaku pada matriks berordo 3x3.

Contoh: $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

Maka $\det(D) = |D|$ adalah



$$|D| = (1 \times 1 \times 3) + (2 \times 2 \times 1) + (2 \times 3 \times 2) - (2 \times 1 \times 1) - (1 \times 2 \times 2) - (2 \times 3 \times 3) \\ = 3 + 4 + 12 - 2 - 4 - 12 = 0$$

f) Metode Minor dan Kofaktor

Minor suatu matriks A dilambangkan dengan M_{ij} adalah matriks bagian dari A yang diperoleh dengan cara menghilangkan elemen-elemennya pada baris ke-i dan elemen-elemen pada kolom ke-j.

Contoh:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ maka :}$$

$$M_{11} = \begin{bmatrix} \cancel{1} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$M_{12} = \begin{bmatrix} \cancel{1} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ 0 & \cancel{2} & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$M_{13} = \begin{bmatrix} \cancel{1} & \cancel{2} & \cancel{1} \\ 0 & 2 & \cancel{1} \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

M_{11} , M_{12} dan M_{13} merupakan submatriks hasil ekspansi baris ke-1 dari matriks A. Kofaktor suatu elemen baris ke-i dan kolom ke-j dari matriks A dilambangkan dengan $\alpha_{ij} = (-1)^{i+j} |M_{ij}|$, dari matriks A tersebut kofaktor a_{11} dilambangkan dengan α_{11} yaitu

$$(-1)^{i+j} |M_{ij}|$$

Untuk mencari $\det(A)$ dengan metode minor dan kofaktor cukup mengambil satu ekspansi saja misal ekspansi baris ke-1 atau kolom ke-1.

Sehingga

Contoh :

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \text{ untuk mencari } |H| \text{ dengan metode minor dan kofaktor adalah}$$

harus mencari determinan minornya terlebih dahulu yang diperoleh dari ekspansi baris ke-1, yaitu $\det(M_{11})$, $\det(M_{12})$, $\det(M_{13})$, maka,

$$|M_{11}| = (2 \times 2) - (1 \times 0) = 4$$

$$|M_{12}| = (0 \times 2) - (1 \times 2) = -2$$

$$|M_{13}| = (0 \times 0) - (2 \times 2) = -4$$

$$\begin{aligned} |H| &= h_{11}\alpha_{11} + h_{12}\alpha_{12} + h_{13}\alpha_{13} \\ &= h_{11} \cdot (-1)^{1+1}|M_{11}| + h_{12} \cdot (-1)^{1+2}|M_{12}| + h_{13} \cdot (-1)^{1+3}|M_{13}| \\ &= (1 \cdot 4) + (2 \cdot (-1 \cdot -2)) + (1 \cdot -4) \\ &= 4 + 4 - 4 = 4 \end{aligned}$$

m. Adjoin matriks

Adalah transpose dari kofaktor-kofaktor matriks tersebut, dilambangkan dengan $\text{adj } A = (\alpha_{ij})^T$

Contoh

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ kita telah mengetahui sebelumnya } \alpha_{11} = 4, \alpha_{12} = 2,$$

$$\alpha_{13} = -4,$$

$$\alpha_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -4, \alpha_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\alpha_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 4, \alpha_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\alpha_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1, \alpha_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2$$

$$\text{maka adj } H = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{21} & \alpha_{31} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \alpha_{32} \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} & \alpha_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -4 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ -4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

n. Invers Matriks H

$$\text{Invers matriks } H \text{ dirumuskan } H^{-1} = \frac{1}{|H|} \cdot \text{Adj}(H)$$

Temukan penyelesaian dari masalah di bawah ini!

26. Tentukan determinan dari :

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 9 & 16 \\ 0 & 0 & 0 \\ 24 & 16 & 8 \end{bmatrix}$$

27. Tentukan Invers dari matriks

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

28. Tentukan nilai x yang memenuhi matriks A agar menjadi matriks singular!

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 2x & 1 & x-4 \\ 1 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

1. Persamaan $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} -10 & -13 \\ 26 & 3 \end{bmatrix}$

X adalah matriks 2×2 . Tentukan jumlah bilangan baris ke 1 matriks X !

2. Jika A,B, dan C matriks 2x2 yang memenuhi

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ dan } CB = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Tentukan $(AC)^{-1}$!

Jika $ABX = C$ carilah X !

LEMBAR KERJA SISWA

KELAS EKSPERIMEN

Pertemuan 7

Sekolah : SMK TI PEMBANGUNAN Cimahi

Mata Pelajaran : Matematika

Pokok Bahasan : Matriks

Sub Pokok Bahasan : SPLDV dan SPLTV

Invers matriks dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear.

Contoh :

Selesaikan sistem persamaan linear berikut dengan matriks

$$\begin{cases} x + 7y = 13 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$$

jawab :

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{5-14} \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-9} \begin{bmatrix} 9 \\ -18 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

jadi $x = -1$, dan $y = 2$

Temukan penyelesaian dari masalah di bawah ini!

1. Tentukan nilai $x + y$, jika diketahui :

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

2. Dengan menggunakan matriks selesaikan sistem persamaan linear berikut :

$$\text{a.} \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$$

$$\text{b.} \begin{cases} 3x + y = 7 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$$

3. Carilah nilai x , y dan z pada sistem persamaan linier berikut!

$$\text{a. } \begin{cases} 2x - 3y + 4z = 8 \\ 3x + 4y - 2z = 5 \\ x + 2y + 2z = 11 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} 3x - 4y - z = 11 \\ 5x + 2y + 3z = 19 \\ 2x - 3y + 4z = 17 \end{cases}$$

LEMBAR KERJA SISWA

KELAS EKSPERIMEN

Pertemuan 8

Sekolah : SMK TI PEMBANGUNAN Cimahi

Mata Pelajaran : Matematika

Pokok Bahasan : Matriks

Sub Pokok Bahasan : Aturan Cramer

Menyelesaikan Sistem Persamaan Linier dengan Aturan Cramer

Diketahui sistem persamaan linier

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 = b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 = b_2$$

$$a_{31} x_1 + a_{32} x_2 + a_{33} x_3 = b_3$$

dalam bentuk matriks

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

Penyelesaian Dengan Aturan Cramer adalah sbb:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad Dx_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad Dx_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix} \quad Dx_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

$$\text{Maka } x_1 = \frac{Dx_1}{D} \quad x_2 = \frac{Dx_2}{D} \quad x_3 = \frac{Dx_3}{D}$$

Contoh

3. Dari sistem persamaan linier (SPL) :

$$x_1 + x_2 + 2x_3 = 6$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 3$$

$$-x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1,$$

Selesaikan dengan Aturan Cramer

Jawab :

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= [1 \cdot 1 \cdot 2 + 1(-1)(-1) + 2 \cdot 2 \cdot 2] - [2 \cdot (1)(-1) + 1(-1)(2) + 1 \cdot 2 \cdot 2]$$

$$= (2+1+8) - (-2+4-2) = 11 - 0 = 11$$

$$D_{x_1} = \begin{vmatrix} 6 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = (12+1+12) - (-12+6-2) = 25 - (-8) = 25+8=33$$

$$D_{x_2} = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = (6+6-4) - (1+24-6) = 8-19=-11$$

$$D_{x_3} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = (-1-3+24) - (6-2-6) = 20+2=22$$

$$x_1 = \frac{Dx_1}{D} = \frac{33}{11} = 3$$

$$x_2 = \frac{Dx_2}{D} = \frac{-11}{11} = -1$$

$$x_3 = \frac{Dx_3}{D} = \frac{22}{11} = 2$$

$$\text{Jadi HP} = \{3, -1, 2\}$$

Temukan penyelesaian dari masalah di bawah ini!

1. Dengan menggunakan aturan cramer pada matriks selesaikan sistem persamaan linear berikut

:

$$\text{a.} \begin{cases} 2x - 3y = -1 \\ x + 2y = 11 \end{cases}$$

$$\text{b.} \begin{cases} 3x + y = 7 \\ x - 3y = -1 \end{cases}$$

2. Carilah nilai x , y dan z pada sistem persamaan linier berikut dengan aturan cramer!

$$\text{a. } \begin{cases} 2x - 3y + 4z = 8 \\ 3x + 4y - 2z = 5 \\ x + 2y + 2z = 11 \end{cases}$$

$$\text{b. } \begin{cases} 3x - 4y - z = 11 \\ 5x + 2y + 3z = 19 \\ 2x - 3y + 4z = 17 \end{cases}$$

Case Processing Summary

	Kelas	Cases					
		Valid		Missing		Total	
		N	Percent	N	Percent	N	Percent
N-Gain	Eksperimen	26	100,0%	0	0,0%	26	100,0%
	Kontrol	24	100,0%	0	0,0%	24	100,0%

Descriptives

	Kelas		Statistic	Std. Error
N-Gain	Eksperimen	Mean	,6046	,01723
		95% Confidence Interval for Lower Bound	,5691	
		Mean Upper Bound	,6401	
		5% Trimmed Mean	,6064	
		Median	,6000	
		Variance	,008	
		Std. Deviation	,08787	
		Minimum	,42	
		Maximum	,75	
		Range	,33	
	Kontrol	Interquartile Range	,10	
		Skewness	-,053	,456
		Kurtosis	-,217	,887
		Mean	,5242	,02619
		95% Confidence Interval for Lower Bound	,4700	
		Mean Upper Bound	,5783	
		5% Trimmed Mean	,5213	
		Median	,5000	
		Variance	,016	
		Std. Deviation	,12830	
		Minimum	,35	
		Maximum	,75	
		Range	,40	
		Interquartile Range	,23	
		Skewness	,507	,472
		Kurtosis	-,813	,918

	Kelas	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
N-Gain	Eksperimen	,149	26	,143	,946	26	,185
	Kontrol	,158	24	,125	,923	24	,068

a. Lilliefors Significance Correction

Test of Homogeneity of Variance

		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
N-Gain	Based on Mean	4,279	1	48	,044
	Based on Median	2,950	1	48	,092
	Based on Median and with adjusted df	2,950	1	42,101	,093
	Based on trimmed mean	4,067	1	48	,049

Case Processing Summary

	Kelas	Cases					
		Valid		Missing		Total	
		N	Percent	N	Percent	N	Percent
N-Gain	Eksperimen	26	100,0%	0	0,0%	26	100,0%
	Kontrol	24	100,0%	0	0,0%	24	100,0%

Group Statistics

	Kelas	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
N-Gain	Eksperimen	26	,6046	,08787	,01723
	Kontrol	24	,5242	,12830	,02619

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper

N-Gain	Equal variances assumed	4,279	,044	2,604	48	,012	,08045	,03089	,01834	,14256
	Equal variances not assumed			2,566	40,283	,014	,08045	,03135	,01710	,14380

Postes

Normalitas

Case Processing Summary

	Kelas	Cases					
		Valid		Missing		Total	
		N	Percent	N	Percent	N	Percent
Postes	EKSPERIMEN	26	100,0%	0	0,0%	26	100,0%
	KONTROL	24	100,0%	0	0,0%	24	100,0%

Descriptives					
	Kelas		Statistic	Std. Error	
Postes	EKSPERIMEN	Mean		12,15	,336
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	11,46	
			Upper Bound	12,85	
		5% Trimmed Mean		12,17	
		Median		12,00	
		Variance		2,935	
		Std. Deviation		1,713	
		Minimum		9	
		Maximum		15	
		Range		6	
		Interquartile Range		2	
		Skewness		,052	,456
		Kurtosis		-.351	,887

	KONTROL	Mean		11,38	,541
		95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	10,26	
			Upper Bound	12,49	
		5% Trimmed Mean		11,42	
		Median		11,00	
		Variance		7,027	
		Std. Deviation		2,651	
		Minimum		7	
		Maximum		15	
		Range		8	
		Interquartile Range		4	
		Skewness		-,061	,472
		Kurtosis		-1,070	,918

Tests of Normality

	Kelas	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Postes	EKSPERIMEN	,157	26	,099	,933	26	,090
	KONTROL	,140	24	,200 [*]	,920	24	,058

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

Homogenitas

Test of Homogeneity of Variance

		Levene Statistic	df1	df2	Sig.
Postes	Based on Mean	5,927	1	48	,019
	Based on Median	4,644	1	48	,036
	Based on Median and with adjusted df	4,644	1	42,592	,037
	Based on trimmed mean	6,058	1	48	,017

T-Tes

Normalitas

Case Processing Summary

	KELAS	Cases					
		Valid		Missing		Total	
		N	Percent	N	Percent	N	Percent
PRETES	EKSPERIMEN	26	100,0%	0	0,0%	26	100,0%
	KONTROL	24	100,0%	0	0,0%	24	100,0%

Descriptives

	KELAS		Statistic	Std. Error
PRETES	EKSPERIMEN	Mean	,15	,091
		95% Confidence Interval for Lower Bound	-,03	
		Mean Upper Bound	,34	
		5% Trimmed Mean	,07	
		Median	,00	
		Variance	,215	
		Std. Deviation	,464	
		Minimum	0	
		Maximum	2	
		Range	2	
	KONTROL	Interquartile Range	0	
		Skewness	3,217	,456
		Kurtosis	10,480	,887
		Mean	,17	,078
		95% Confidence Interval for Lower Bound	,01	
		Mean Upper Bound	,33	
		5% Trimmed Mean	,13	
		Median	,00	
		Variance	,145	
		Std. Deviation	,381	
		Minimum	0	
		Maximum	1	
		Range	1	
		Interquartile Range	0	
		Skewness	1,910	,472

	Kurtosis	1,792	,918
--	----------	-------	------

Tests of Normality

	KELAS	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
PRETES	EKSPERIMEN	,514	26	,000	,383	26	,000
	KONTROL	,503	24	,000	,454	24	,000

a. Lilliefors Significance Correction

Mann Whitney

Mann-Whitney Test

Ranks

	KELAS	N	Mean Rank	Sum of Ranks
PRETES	EKSPERIMEN	26	24,96	649,00
	KONTROL	24	26,08	626,00
	Total	50		

Test Statistics^a

			PRETES
Mann-Whitney U			298,000
Wilcoxon W			649,000
Z			-,452
Asymp. Sig. (2-tailed)			,652
Sig.			,760 ^b
Monte Carlo Sig. (2-tailed)	95% Confidence Interval	Lower Bound	,642
		Upper Bound	,878
Sig.			,580 ^b
Monte Carlo Sig. (1-tailed)	95% Confidence Interval	Lower Bound	,443
		Upper Bound	,717

a. Grouping Variable: KELAS

b. Based on 50 sampled tables with starting seed 2000000.

No	Nama siswa	Skor Untuk Setiap Butiran Soal													
		x1	x1 ²	x1y	x2	x2 ²	x2y	x3	x3 ²	x3y	x4	x4 ²	x4y	x5	x5 ²
1	s-25	4	16	68	3	9	51	3	9	51	3	9	51	4	16
2	s-11	4	16	64	4	16	64	3	9	48	2	4	32	3	9
3	s-17	4	16	64	3	9	48	3	9	48	2	4	32	4	16
4	s-5	4	16	56	3	9	42	3	9	42	2	4	28	2	4
5	s-21	4	16	56	3	9	42	2	4	28	2	4	28	3	9
6	s-14	4	16	52	3	9	39	2	4	26	1	1	13	3	9
7	s-16	3	9	39	3	9	39	2	4	26	1	1	13	4	16
8	s-18	4	16	52	3	9	39	2	4	26	1	1	13	3	9
9	s-19	3	9	39	3	9	39	2	4	26	3	9	39	2	4
10	s-22	3	9	39	4	16	52	2	4	26	1	1	13	3	9
11	s-30	4	16	52	4	16	52	2	4	26	1	1	13	2	4
12	s-31	3	9	39	4	16	52	3	9	39	1	1	13	2	4
13	s-1	3	9	36	2	4	24	2	4	24	3	9	36	2	4
14	s-3	4	16	48	2	4	24	2	4	24	1	1	12	3	9
15	s-7	4	16	48	2	4	24	3	9	36	1	1	12	2	4
16	s-13	3	9	36	2	4	24	2	4	24	1	1	12	4	16
17	s-28	4	16	48	3	9	36	2	4	24	0	0	0	3	9
18	s-29	4	16	48	3	9	36	2	4	24	1	1	12	2	4
19	s-32	4	16	48	3	9	36	2	4	24	1	1	12	2	4
20	s-2	3	9	33	3	9	33	2	4	22	1	1	11	2	4
21	s-4	3	9	33	3	9	33	2	4	22	1	1	11	2	4
22	s-6	3	9	33	3	9	33	2	4	22	0	0	0	3	9
23	s-24	3	9	33	3	9	33	2	4	22	1	1	11	2	4
24	s-26	2	4	22	4	16	44	2	4	22	1	1	11	2	4
25	s-27	3	9	33	1	1	11	2	4	22	2	4	22	3	9
26	s-8	4	16	40	2	4	20	2	4	20	0	0	0	2	4
27	s-9	3	9	30	3	9	30	2	4	20	0	0	0	2	4
28	s-10	2	4	20	2	4	20	2	4	20	1	1	10	3	9
29	s-15	2	4	20	3	9	30	3	9	30	0	0	0	2	4
30	s-20	4	16	40	1	1	10	2	4	20	1	1	10	2	4
31	s-23	4	16	40	2	4	20	2	4	20	0	0	0	2	4
32	s-12	2	4	18	3	9	27	2	4	18	0	0	0	2	4
total		108	380	1327	90	272	1107	71	163	872	36	64	470	82	226

validitas

no soal	$\sum x$	$(\sum x)^2$	$\sum x^2$	$\sum y$	$(\sum y)^2$	$\sum y^2$	$\sum xy$	r_{xy}	interpretasi	$N \cdot \sum xy - \sum x \cdot \sum y$	$N \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2$	AK
1	108	11664	380	387	149769	4791	1327	0,50	cukup	668	496	
2	90	8100	272	387	149769	4791	1107	0,41	cukup	594	604	
3	71	5041	163	387	149769	4791	872	0,54	cukup	427	175	
4	36	1296	64	387	149769	4791	470	0,68	cukup	1108	752	
5	82	6724	226	387	149769	4791	1015	0,56	cukup	746	508	

reabilitas

no soal	n	b	$\sum x$	$\sum x^2$	$\sum y$	$\sum y^2$	DBj^2	DBi^2	r	interpre
1	32	5	108	380	387	4791	3,459961	0,484375	0,36	tinggi
2	32	5	90	272	387	4791	3,459961	0,589844		
3	32	5	71	163	387	4791	3,459961	0,170898		
4	32	5	36	64	387	4791	3,459961	0,734375		
5	32	5	82	226	387	4791	3,459961	0,496094		
								2,475586		



**SEKOLAH TINGGI KEGURUAN DAN ILMU PENDIDIKAN
(STKIP) SILIWANGI BANDUNG
TERAKREDITASI**

JENJANG S1

PLS: No. 1122/SK/BAN-PT/Akred/S/X/2015
PBS. Inggris: No. 773/SK/BAN-PT/Akred/S/VII/2015
PBSS Indonesia: No. 387/SK/BAN-PT/Akred/S/X/2014
Pend. Matematika: No. 377/SK/BAN-PT/Akred/S/IX/2014
PG-PAUD : 518/E/O/2014

JENJANG S2

PLS (S2) :No.033/BAN-PT/Ak-IX/S2/I/2012
Pend. Matematika (S2): No. 243/BAN-PT/Ak-IX/M/XII/2013
Alamat:
Jl. Terusan Jenderal Sudirman, Cimahi 40526,
Telp. (022) 6658680, Fax. (022) 6629913
email: stkipsiliwangi4341@yahoo.co.id, Website: stkipsiliwangi.ac.id

SURAT KEPUTUSAN

Nomor: 418 /STKIP - SLW/X/S1/2016

**Tentang
PENGESAHAN DOSEN PEMBIMBING SKRIPSI
PROGRAM S1 STKIP SILIWANGI BANDUNG**

Ketua Sekolah Tinggi Keguruan dan Ilmu Pendidikan (STKIP) Siliwangi Bandung
Menimbang :

1. Bahwa rencana penelitian yang diajukan oleh :
Nama : Een Bayu Wahyuni
NIM : 13510199
Jurusan/Program Studi : Pendidikan MIPA/Pendidikan Matematika
Telah memenuhi persyaratan akan demikian untuk dijadikan judul Skripsi Strata Satu.
2. Bahwa untuk kelancaran penyusunan skripsi tersebut perlu mendapat bimbingan dari dosen sesuai disiplin ilmunya.

Memperhatikan : Hasil Musyawarah Ketua STKIP dengan Pimpinan Program Studi STKIP Siliwangi Bandung.

MEMUTUSKAN

Menetapkan :
Pertama : Mengesahkan Judul Skripsi
Nama : Een Bayu Wahyuni
NIM : 13510199
Judul : **Penerapan Pendekatan Problem Solving untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Matematik Siswa Sekolah Menengah Pertama Di Kota Cimahi**

Kedua : Mengangkat Dosen Pembimbingskripsi
Pembimbing I : Dr. H. Heris Hendriana, M.Pd
Pembimbing II : Masta Hufajulu, S.Si., M.Pd

Ketiga : Pembimbing bertugas melakukan bimbingan dalam penyusunan skripsi mulai dari penelitian sampai dapat disidangkan.

Keempat : Kepada Pembimbing diberikan honorarium sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Kelima : Surat Keputusan ini berlaku sejak tanggal ditetapkan sampai dengan mahasiswa yang bersangkutan lulus ujian sidang.

Keenam : Apabila ada kekeliruan dalam penetapan, surat keputusan ini akan ditinjau kembali.

Kutipan Surat Keputusan ini disampaikan kepada yang bersangkutan untuk diketahui dan dipergunakan sebagaimana mestinya.

Ditetapkan di : Cimahi
Pada Tanggal : 14 Oktober 2016 ✓
Wakil Ketua I

Dr. Hj. Euis Eti Rohaeti, M.Pd

Tembusan:

1. Yth. Koordinator Kopertis Wilayah IV Jawa Barat dan Banten
2. Yth. Ketua STKIP Siliwangi Bandung



PEMERINTAH DAERAH PROVINSI JAWA BARAT
DINAS PENDIDIKAN
YAYASAN PENDIDIKAN STM PEMBANGUNAN BANDUNG
SMK TEKNOLOGI INDUSTRI PEMBANGUNAN CIMAH
BIDANG STUDI KEAHLIAN : TEKNOLOGI DAN REKAYASA
BIDANG STUDI KEAHLIAN : TEKNOLOGI INFORMASI DAN KOMUNIKASI
Jl. Haji Bakar No. 18 B Telp. (022) 87774988 Kota Cimahi
Jl. Mahar Martanegara No. 48 Blk Telp. (022) 6629586 Kota Cimahi
Jl. Ciseupan – Cibeber Telp. (022) 6671275 Kota Cimahi



SURAT KETERANGAN
No. : 421/490/SMK TIP/IX/2017- BP3 WIL.IV

Yang bertanda tangan dibawah ini :

Nama : Dra. Hj. Sri Prihatiningsih, MT
NIP : 19620804 198503 2 005

Selaku Kepala Sekolah Menengah Kejuruan Teknologi Industri Pembangunan Cimahi dengan ini menerangkan bahwa:

Nama : **EEN BAYU WAHYUNI**
NPM : 13510199
Program Studi : Pendidikan Matematika

Yang bersangkutan telah melaksanakan Penelitian di SMK Teknologi Industri Pembangunan Cimahi, pada tanggal 31 juli s.d 24 Agustus 2017 dalam rangka melengkapi penyusunan skripsi Strata Satu (S1) STKIP Siliwangi Bandung dengan judul:

“Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Matematik Siswa SMK dengan Menggunakan Pendekatan Problem Solving”

Demikian surat keterangan ini dibuat untuk dapat dipergunakan sebagaimana mestinya.



Cimahi, 18 September 2017
Kepala Sekolah

Dra. Hj. Sri Prihatiningsih, MT